Årg. 30: 2 Juni 1947

ELEMENTA

Tidskrift för elementär matematik, fysik och kemi

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

ANDRA HÄFTET

Sid.

Agne Wahlgren, Faktorer till talen $a^p \pm 1$ 81
E. Schmidt, Nya Mersennes tal 89
Roland Ajger, Ekoradio 91
Sven Cederstrand, Centripetalaccelerationen vid likformig rotation 104
G. Starck, Om lösligheter med negativ temperaturkoefficient 105
R. Djurfeldt, O. Samuelson och A. Scholander, Om användningen av jonbytande ämnen i den analytiska kemien 107
Red. »The Core of an Atom» etc. En översättningsfråga 90
Bokanmälningar: Festskrift till N. E. Nørlund; Broman, Kompendium i tillämpad matematik; Fletcher-Miller-Rosenhead, An Index of Mathematical Tables; Hoel, Introduction to Mathematical Statistics; Pirenne, The Diffraction of X-Rays and Electrons by Free Molecules; Bunn, Chemical Crystallography; Worsnop-Chalklin, X-Rays; Sarbacher-Edson, Hyper and Ultra-High Frequency Engineering; Slater, Microwave Transmission; Ingenjörshandboken; Ångström, Sveriges klimat; Kurs i vakuumteknik; Prytz-Østerud, Uorganisk kjemi; Darmois, Progrès récents dans l'étude de la structure des solutions électrolytiques; Haïssinsky, Electrochimie des substances radioactives et des solutions extrêmement diluées; Duclaux, Physique colloïdale et biologie, Chimie colloïdale et biologie; Prettre, Réactions en chaines; Dampier, A Shorter History of Science; Taylor, Science Past and Present; Bonniers Konversationslexikon. — Recensenter i detta häfte 112
Gradualavhandlingar (autoreferat): O. Harald Johnsson, Termisk-hydrologiska studier i sjön Klämmingen; Torsten Settfberg, A Spectrophotometric Investigation of Molecular Bands of CN and CH in Stars of Late Spectrical Types 126
Problemavdelning:
Matematiska uppgifter (red. av S. Bågman) 130
Matematiska och fysikaliska uppgifter i studentexamen v. t. 1947 133
Realexamen v. t. 1947: Provräkning 139
Praktisk realexamen v. t. 1947: Uppgifter i fysik och Uppgifter i beskrivande maskin- och byggnadslära 142
Tidskrifter, innehållsöversikt 144

Pris pr år kr. 8: — pr häfte kr. 2: 50

ELEMENTA

Redaktionskommitté: professor G. Borelius, adjunkt S. Bågman, förste aktuarien S. Comét, lektor G. Starck, professor J. Tandberg och lektor A. Wahlgren. Redaktör och ansvarig utg.: C. E. Blom.

Årligen fyra häften om i regel 64 sid. (mars, juni, sept., dec.). Pris pr år kr. 8:-, pr häfte kr. 2:50. Subskription sker enklast genom inbetalning av kr. 8:- å postgirokonto nr. 527 55, då tidskr. erhålles pr utgivarekorsband. Abonnemang även genom bokhandeln.

Äldre årgångar erhållas direkt från expeditionen till följande priser: Årg. 3, *6—11*, *13—16* à 6 kr. pr årg., årg. *17—29* à 8 kr. Bundna i klotband, två årg. i varje bd årg. *7—8*, *9—10*, *13—14*, *15—16* à 14 kr. pr band, årg. *17—18*, *19—20*, *21—22* à 18 kr. pr band.

Innehållsregister till årg. *1—16* à 1 kr. och till årg. *17—24* à 1 kr.

Lagret av pärmar är slut. På grund av materialbrist kan nytillverkning ej ske för närvarande.

Särtryck ur Elementa:

1. Axel Nordhult, De viktigaste konstruktions- och driftsegenskaperna hos likströmsmaskinerna, kr. 1: —.
2. Martin Sjöström, Vätskors och gasers strömning, kr. 1: —.
3. M. Sundqvist, Teorien för de moderna glasögonen, kr. 1: —.
4. J. Tandberg, Vinkelns tredelning. Slutsåld.
5. Gustaf Ljunggren, Gasskyddets kemi, kr. 0: 80.
6. Stig Comét, Matrisräkning, kr. 1: 60.
7. H. Henrikson, Om segelflygning och dess energikällor i atmosfären, kr. 2: 40.
8. K.-B. Augustinsson, Vitaminernas kemi, kr. 1: 40.
9. L. G. Sillén, Kemiska reaktionsformler, kr. 1: 40.

Problemhäften: 1936 à 60 öre; *1943, 1944, 1945 och 1946* à 80 öre; med svar och anvisningar. Innehålla matem. o. fysikaliska uppg. i studentex. o. fyllnadsprövningar. Provräkn. i realex. Uppg. i fysik o. i maskin- o. byggnadslära vid praktisk realex.

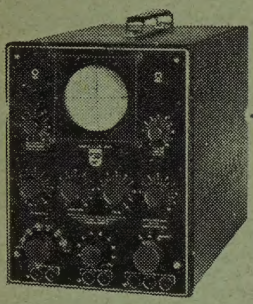
Problemhäftena för åren 1937—1942 äro slutsålda.

Särtrycken sändas portofritt om inbetalning sker å tidskriftens postgiro 527 55 (skriv rekvisition å girokupongen). Även genom bokhandeln.

Redaktion och expedition: C. E. Blom, Karlbergsvägen 16IV, Stockholm Va. Postgiro 527 55.

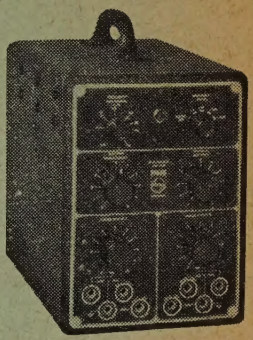
GÖR FYSIKUNDERVISNINGEN INTRESSANTARE MED MODERNA PHILIPS INSTRUMENT

Philips instrument underlätta i hög grad lärarens arbete och gör fysikundervisningen intressantare och lättfattligare för eleverna. Philips tillverkar ett tiotal olika undervisningsinstrument av vilka några visas här nedan. Ring eller skriv till Philips — vi stå gärna till tjänst med närmare upplysningar och demonstrationer.



Katodstråleoscillograf GM 3152

Med denna kan man enkelt och bekvämt åskådliggöra och registrera alla slags elektriska samt ett stort antal mekaniska, optiska, akustiska och termiska förlopp.



Elektronkopplare GM 4580

Elektronkopplaren i kombination med katodstråleoscillografen möjliggör registrering och studium av två förlopp samtidigt. Vid åskådliggörande av t. ex. fasförskjutning erhållas båda kurvorna på en gemensam eller två skilda nolllinjer.

Fasförskjutare DU 115

visar, använd tillsammans med elektronkopplaren, hur fasförskjutningen ändras då spole eller kondensator kopplas in i kretsen.

Rörlikriktare DU 125

visar elektronröret, som helresp. halvvågslikriktare. Med motstånd och kondensatorer visas, hur den pulserande likspänningen glättas.

SVENSKA AB PHILIPS MÄTINSTRUMENTAVDELNINGEN • STOCKHOLM 6

VERKSTÄDER FÖR FRAMSTÄLLNING AV

LABORATORIEGLAS, MEKANISKA OCH ELEKTRO-MEKANISKA ARBETEN M.M.

Vi inbjuda till ett besök i våra

moderna utställningslokaler

Utställning, fabrik och kontor

MALMSKILLNADSGATAN 48 C

Telefon: 23 37 80 (växel)

Faktorer till talen $a^p \pm 1$.

Av lektor AGNE WAHLGREN, Stockholm.

I Elementa 23, 212 och 24, 34 har jag angivit principerna för förekomsten av faktorer till talen $a^p + 1$. Samma synpunkter kunna göras gällande för talen $a^p - 1$. Jag skall här i ett sammanhang behandla båda slagen av tal. Inledningsvis skall anföras några satser ur talteorien, som komma till användning.

Två hela positiva eller negativa tal sägas vara kongruenta med avseende på modylen m, om deras differens är delbar med m, så att man får

$$a = k \cdot m + b,$$

där k är ett helt positivt eller negativt tal. Detta tecknas

$$a \equiv b \pmod{m}.$$

Man har funnit, att om $P = 2n + 1$ är ett primtal, satisfieras kongruensen

$$x^{2n} \equiv 1 \pmod{P} \qquad (1)$$

av alla hela tal, som ej äro delbara med P. För vissa x-värden kan kongruensen gälla för en lägre dignitet av x; men det finnes alltid sådana tal g, att digniteterna g^t för $t = 1, 2 \ldots . 2n$ bli kongruenta med var sitt av de $2n$ första hela talen (i annan ordning!) och först g^{2n} blir $\equiv 1$. Ett sådant tal kallas en primitiv rot till kongruensen (1) eller helt enkelt till talet P. Lätt inses, att om g är en primitiv rot, blir $g^n \equiv -1$; och g^x blir $\equiv 1$, endast om x är en multipel av $2n$. Om $a \equiv g^t$, kallas a en kvadratisk rest eller en kvadratisk icke-rest till P, allteftersom t är ett jämnt eller ett udda tal. Om P har formen $6n + 1$ och t är delbart med 3, är a en kubisk rest till P. Och om P har formen $4n + 1$ och t är delbart med 4, är a en bikvadratisk rest till P. Man har funnit, att 2 är en kvadratisk rest till P, om $P = 8n \pm 1$, men kvadratisk icke-rest, om $P = 8n \pm 3$. Om primtalet P har formen $6n + 1$, kan man på ett enda sätt skriva

$$4P = A^2 + 27B^2,$$

där A och B äro båda udda eller båda jämna. I senare fallet övergår likheten efter förkortning till

$$P = a^2 + 27b^2. \qquad (2)$$

Talet 2 är kubisk rest till P, endast om P kan skrivas som i (2). Om primtalet P har formen $4n + 1$, kan det på ett enda sätt skrivas som en summa av två kvadrater. Talet 2 är då en bikvadratisk rest till P, endast om endera kvadratens bas är delbar med 8, så att P får formen

$$P = a^2 + (8b)^2. \tag{3}$$

Eftersom $a^2 \equiv 1 \pmod 8$, när a är udda, får P i detta fall formen $8n + 1$, och då uppstår frågan: Vad är villkoret för att 2 skall vara »rest av 8:e graden», dvs. $2 \equiv g^{8z} \pmod P$? Man har funnit, att härför fordras, att b i formeln (3) är jämnt, om $a = 8m \pm 1$, men udda, om $a = 8m \pm 3$. I förra fallet har $P - 1$ faktorn 16, i senare fallet endast faktorn 8.

Talet 3 är kvadratisk rest till P, om P har formen

$$P = 12m \pm 1, \tag{4}$$

kubisk rest, om

$$4P = a^2 + 27 \cdot (3b)^2, \tag{5}$$

och bikvadratisk rest, om P har någondera av formerna

$$P = a^2 + (12b)^2, \qquad P = (3a)^2 + (2b)^2. \tag{6}$$

I den sista formen skall b vara udda.

Slutligen är talet 5 kvadratisk rest till P, om

$$P = 10m \pm 1,$$

kubisk rest, om

$$4P = (5a)^2 + 27b^2 \quad \text{eller} \quad 4P = a^2 + 27 \cdot (5b)^2, \tag{7}$$

och bikvadratisk rest, om

$$P = a^2 + (10b)^2. \tag{8}$$

I det följande antages, att p och P äro primtal och att g är en primitiv rot till P. Vi skola söka villkoren för att P är faktor till

$$S = a^p - 1 \quad \text{eller} \quad T = a^p + 1.$$

Härvid bortses från de självklara faktorerna $a - 1$ och $a + 1$ till resp. S och T. Vi börja med det förra, som kan skrivas

$$a^p \equiv 1 \pmod P. \tag{9}$$

Om

$$a \equiv g^t \pmod P, \tag{10}$$

fordras

$$g^{tp} \equiv 1.$$

Om $P = 2n + 1$, ger detta

$$tp = k \cdot 2n. \tag{11}$$

Enligt (10) kan ej t ha divisorn n, ty $g^n \equiv -1$. Då måste p vara en faktor till n.

Antag

$$n = s \cdot p,$$

varav

$$P = 2sp + 1 \tag{12}$$

och

$$t = k \cdot 2s. \tag{13}$$

Villkoret för att kongruensen (9) skall gälla är således, att t har faktorn $2s$. Till en början måste då a vara en kvadratisk rest till P.

För att P skall vara faktor till T, dvs

$$a^p \equiv -1 \pmod{P},$$

fordras, att tp är en udda multipel av n. Detta ger som förut villkoret (12), men i st. f. (13) får man $t = k \cdot s$, där k är udda. Detta innebär, att a är kvadratisk icke-rest till P, om s är udda, kvadratisk men icke bikvadratisk rest, om s har en enda faktor 2, bikvadratisk rest men ej rest av 8:e graden, om s har två faktorer 2 osv. Vi skola nu tillämpa detta på $a = 2$, 3 och 5.

A. $a = 2$.

För talen S fordras, att 2 är kvadratisk rest till P.

$$\therefore 2sp + 1 = 8m \pm 1.$$

Härav erhålles antingen

$$sp = 4m \quad \therefore s = 4u \tag{14}$$

eller

$$sp = 4m - 1 \equiv 3 \pmod{4}. \tag{15}$$

För talen T erhålles villkoret

$$sp \equiv 1 \pmod{4}, \tag{15 a}$$

om s är udda. För jämna s återkommer man till villkoret (14) (se Elementa *23*, 213). Vi kunna således skilja på tre fall.

1) $s \equiv 1$ *(mod 4)*.

Då måste p vara $= 4r + 3$, resp. $4r + 1$, om P skall vara faktor till S, resp. T. Om speciellt $s = 1 \therefore P = 2p + 1$ och $p = 4r + 3$, är 2 kvadratisk rest till P,

$$\therefore 2 \equiv g^{2k}, \quad 2^p \equiv (g^{2p})^k \equiv 1 \pmod{P},$$

och man får Eulers sats:

Om $P = 2p + 1$ är ett primtal, är P faktor till S, om $p = 4r + 3$.

Ex.: se Schmidts tabeller i detta häfte (sid. 89) och i Elementa *12*, 11.

Om däremot $p = 4r + 1$, är 2 kvadratisk icke-rest till P och således t udda i (10).

$$\therefore 2^p \equiv g^{tp} \equiv (-1)^t = -1.$$

För $p = 4r + 1$ är således $2p + 1$ faktor till T. Ex.: $p = 29$, 41, 53, 89 osv.

För $s = 5 \therefore P = 10p + 1$ finnas för $p < 2000$ ett 30-tal primtalspar p, P med p av formen $4r + 3$. Vid prövning av dessa har jag funnit, att för $p = 43$, 487, 547, 571, 883, 1459, 1663 och 1723 erhållas faktorer till S, beräknade enligt formeln $P = 10p + 1$. Tre av dessa ha angivits av Schmidt i detta häfte; fallet $p = 43$ var känt förut. För $p = 4r + 1$ ger formeln $P = 10p + 1$ faktorer till T för $p = 97$, 181, 241 och 421.

2) $s \equiv 3 \pmod 4$.

Då måste p vara $= 4r + 1$, resp. $4r + 3$, om P skall vara faktor till S, resp. T. Om speciellt $s = 3$, erhålles för talen S:

$$P = 6p + 1 = 24r + 7. \tag{16}$$

Av (13) synes, att t har faktorn 6, dvs. att 2 är både kvadratisk och kubisk rest till P. Det förra är redan förutsatt och synes för övrigt av (16). För att 2 även skall vara kubisk rest till P, fordras, att P skall kunna skrivas

$$P = c^2 + 27b^2. \tag{17}$$

Här är c jämnt och b udda. Ty vore c udda och b jämnt, finge man $P \equiv 1 \pmod 4$, vilket strider mot (16). Vi kunna därför utbyta (17) mot

$$P = 4a^2 + 27b^2. \tag{17 a}$$

Här är även a udda. Eljest vore $P \equiv 3 \pmod 8$, vilket strider mot (16).

För talen T erhålles

$$P = 6p + 1 = 24r + 19.$$

Liksom förut erhålles villkoret (17 a). Men nu måste a vara jämnt, eftersom $P \equiv 3 \pmod 8$. Vi kunna således ställa upp följande sats, analog med Eulers.

> Om $P = 6p + 1$ är ett primtal, som kan skrivas under formen (17 a), är P faktor till S, om $p = 4r + 1$, men faktor till T, om $p = 4r + 3$. I förra fallet är a i (17 a) udda, i senare fallet jämnt.

Denna regel ger omedelbart de av Schmidt funna faktorerna till S för $p = 397$, 461, 557, 577, 601, 1013, 1321, 1361, 1381, 1453, 1693, 1777, 1993, 2417 och den mindre faktorn för $p = 761$ samt de tidi-

gare kända faktorerna 223, 439 och 1399 för resp. $p = 37$, 73 och 233. Motsvarande b-värden i (17 a) äro 9, 7, 9, 11, 3, 15, 13, 11, 17, 7, 7, 11, 13, 11 och 13 samt 1, 3 och 3. Vidare ger den för

$p =$	2593	2621	2897	3037	3181
$P =$	15559	15727	17383	18223	19087
$b =$	5	23	21	7	9

För talen T erhållas faktorer $P = 6p + 1$, om $p = 47$, 83, 107, 263, 271, 283, 367, 887.

För $s = 7$ erhållas faktorerna 13007 och 20063 till S för $p = 929$ och 1433 samt faktorerna 1163, 5867 och 13259 till T för $p = 83$, 419 och 947.

3) $s = 4u$.

Då är $$P = 8up + 1.$$

För talen S skall då enligt (13) 2 vara rest av 8:e graden till P. Härför fordras, att $$P = a^2 + (8b)^2 \qquad (18)$$

där b är jämnt, om a har formen $8c \pm 1$, men udda, om $a = 8c \pm 3$. Om speciellt $u = 1$, är villkoret tillräckligt. Eftersom i detta fall $P - 1$ endast har faktorn $8 \therefore a = 8c \pm 3$, fordras, att b är udda, och man får satsen:

Då $P = 8p + 1$ är ett primtal, är S delbart med P, om P kan skrivas under formen (18) med udda b. Om däremot b är jämnt, är 2 endast bikvadratisk rest, och P blir faktor till T.

I följande tabeller anges några faktorer till S och till T, vilka erhållas enligt denna sats.

Faktorer till S

p	P	a	b
239	1913	43	1
431	3449	43	5
761	6089	67	5
857	6857	61	7
941	7529	77	5
1367	10937	11	13
1667	13337	101	7
1871	14969	85	11
1877	15017	109	7
2411	19289	133	5

Faktorer till T

p	P	a	b
131	1049	5	4
137	1097	29	2
149	1193	13	4
479	3833	53	4
557	4457	19	8
617	4937	29	8
821	6569	13	10
947	7577	59	8
977	7817	61	8

För primtalen

$$5737 = 24 \cdot 239 + 1 = 51^2 + (8 \cdot 7)^2 = 43^2 + 27 \cdot 12^2,$$
$$11113 = 24 \cdot 463 + 1 = 77^2 + (8 \cdot 9)^2 = 85^2 + 27 \cdot 12^2,$$
$$23209 = 24 \cdot 967 + 1 = 147^2 + (8 \cdot 5)^2 = 139^2 + 27 \cdot 12^2$$

är 2 både rest av 8:e graden och kubisk rest. Dessa tal äro således faktorer till S för resp. $p = 239$, 463 och 967. För $p = 239$ angavs i tabellen även faktorn 1913; en tredje faktor erhålles av Eulers sats.

För primtalen

$$1753 = 24 \cdot 73 + 1 = 27^2 + (8 \cdot 4)^2 = 5^2 + 27 \cdot 8^2,$$
$$4153 = 24 \cdot 173 + 1 = 43^2 + (8 \cdot 6)^2 = 61^2 + 27 \cdot 4^2,$$
$$19417 = 24 \cdot 809 + 1 = 101^2 + (8 \cdot 12)^2 = 133^2 + 27 \cdot 8^2$$

är 2 endast bikvadratisk och kubisk rest. Dessa tal äro således faktorer till T för resp. $p = 73$, 173 och 809.

För $P = 16p + 1$ är $a = 8c \pm 1$. För att 2 skall vara rest av 8:e graden till P, fordras då, att b i (18) är jämnt. Men nu är detta villkor ej tillräckligt. Det ger endast

$$2 \equiv g^{8z},$$
$$\therefore\ 2^p \equiv (g^{8p})^z \equiv (-1)^z. \qquad (19)$$

Primtalet P blir således en faktor till S eller T, allteftersom exponenten i (19) är delbar med 16 eller endast med 8. Avgörandet kräver därför en prövning. För $p = 397$ erhålles faktorn 6353 till S. För $p = 97$, 331, 571 och 727 erhållas faktorerna 1553, 5297, 9137 och 11633 till T. För den första faktorn ha a och b värdena (73, 4) och för de övriga (23, 4), (71, 2), (71, 8) och (103, 4).

B. $a = 3$.

För talen S fordras, att 3 är kvadratisk rest till P.

$$\therefore\ 2sp + 1 = 12m \pm 1.$$

Härav erhålles antingen

$$sp = 6m \quad \therefore\ s = 6u$$

eller $$sp = 6m - 1 \equiv -1 \pmod 6. \qquad (20)$$

För övrigt är $sp \equiv 1 \pmod 3$ omöjligt, redan därför att $P = 2sp + 1$ då ej är primtal utan har faktorn 3.

För talen T fordras, att s har faktorn 3 (se Elementa 23, 214).

För $s = 1$ erhålles följande sats: Om $P = 2p + 1$ är ett primtal, är P faktor till S. Ex.: $p = 5$, 11, 23, 29, 41, 53, 83, 89 osv (inalles 35 p-värden < 1000).

För $s = 5$ fordras enligt (20), att p har formen $6r + 1$. Sålunda erhållas för $p = 43$, 109, 151, 211, 601, 631, 733 och 883 faktorer till S, beräknade enligt formeln $P = 10p + 1$.

För $s = 7$ fordras, att p har formen $6r - 1$. För $p = 113$, 503, 509 och 647 erhållas faktorer till S, beräknade enligt formeln $P = 14p + 1$.

För $s \equiv 0 \pmod 3$ erhållas följande satser:

Om $P = 6p + 1$ är ett primtal, som uppfyller villkoret (5), är P faktor till T. Ty 3 är då kvadratisk icke-rest till P, eftersom $P = 6(2m + 1) + 1 = 12m + 7$. Ex.: $p = 11, 17, 61, 73, 83$ osv. (inalles 26 p-värden < 1000).

Om $P = 12p + 1$ är ett primtal, som uppfyller villkoret (5), är P faktor till S eller T, allteftersom P är av någondera formen (6) eller ej. Ty 3 är här alltid kvadratisk rest till P. Sålunda erhållas faktorer till S för $p = 139$, 271, 311, 631, 643, 773, 863 och 929 samt faktorer till T för $p = 5$, 71, 83, 199, 293, 433, 601, 829 och 883.

Om $P = 24p + 1$ är ett primtal, som uppfyller villkoren (5) och (6), är P faktor till S eller T, allteftersom 3 är rest av 8:e digniteten till P eller ej. Detta får avgöras genom prövning. Man finner, att P är faktor till S för $p = 337$, 463, 503, 719, 769 och faktor till T för $p = 307$, 563.

Vidare finner man, att formeln $P = 48p + 1$ ger faktorer till T för $p = 277$ och 311.

Formeln $P = 18p + 1$ ger faktorer till T för $p = 17$, 29, 241, 337, 347 och 569.

Formeln $P = 36p + 1$ ger en faktor till S för $p = 137$.

Formeln $P = 30p + 1$ ger faktorer till T för $p = 71$, 233, 439 och 457.

Formeln $P = 60p + 1$ ger en faktor till S för $p = 157$ samt faktorer till T för $p = 11$ och 17.

C. $a = 5$.

I fråga om dessa tal hänvisas till Tallqvists meddelande i Elementa 24, 23 (1943). Här skola de emellertid behandlas något fullständigare. För talen S fordras, att 5 är kvadratisk rest till faktorn P.

$$\therefore 2sp + 1 = 10m \pm 1.$$

Bortse vi från specialfallet $p = 5$, då S får faktorerna 11 och 71, erhålles härav antingen

$$s \equiv 0 \quad \text{eller} \quad sp + 1 \equiv 0 \pmod 5 \tag{21}$$

Det senare villkoret ger $s \equiv 4, 3, 2$ eller 1 (mod 5), allteftersom $p \equiv 1, 3, 7$ eller 9 (mod 10).

För talen T fordras, om s är udda, att 5 är kvadratisk icke-rest till P.

$$\therefore 2sp + 1 = 10m \pm 3,$$

varav

$$sp \equiv 1 \text{ eller } 3 \pmod 5.$$

Om s är jämnt, återkommer man till villkoren (21).

Som specialfall erhållas följande satser:

Om $P = 2p + 1$ är ett primtal, är P faktor till S, om $p = 10r + 9$, men faktor till T, om $p = 10r + 1$ eller $10r + 3$. Ex.: I förra fallet $p = 29$, 89 osv. (10 p-värden < 1000). I senare fallet $p = 3$, 11, 23, 41, 53, 83 osv. (25 p-värden < 1000).

Om $P = 4p + 1$ är ett primtal och $p = 10r + 7$, är P faktor till S, om P har formen (8), men eljest faktor till T. Ex.: I förra fallet $p = 37$, 67, 97, 487, 577, 727; i senare fallet $p = 7$, 127, 277, 307, 997.

Om $P = 8p + 1$ är ett primtal av formen (8), är P faktor till S eller till T, allteftersom 5 är rest eller icke-rest av 8:e graden, vilket måste kontrolleras genom prövning. I detta fall är $p = 10r + 1$ enligt (21), eftersom 5 naturligtvis även är kvadratisk rest till P. Man finner, att P är faktor till S för $p = 71$, 431, 551, 761 och 821, men faktor till T för $p = 401$ och 941.

Om $P = 6p + 1$ är ett primtal och $4P$ är av någondera formen (7), är P faktor till S, om $p = 10r + 3$, men faktor till T, om $p = 10r + 1$ eller $10r + 7$. Sålunda är P faktor till S för $p = 173$, 283, 293, 373, 773 och 863, men faktor till T för $p = 11$, 61, 107, 137, 181, 241, 271, 311, 467, 661, 787, 797, 947 och 971.

Om $P = 12p + 1$ är ett primtal, som uppfyller ettdera av villkoren (7), och $p = 10r + 9$, är P faktor till S eller T, allteftersom P har formen (8) eller ej. Det förra gäller för $p = 229$, 269, 409, 719 och 839, det senare för $p = 199$ och 379.

Vidare finner man, att formeln $P = 18p + 1$ ger faktorer till T för $p = 127$, 569, 587 och 809.

Formeln $P = 10p + 1$ ger faktorer till S för $p = 19$, 109, 547, 571 och 769.

Formeln $P = 20p + 1$ ger faktorer till S för $p = 131$, 173, 179 och 599 samt faktorer till T för $p = 137$, 443, 461 och 467. I förra fallet ha talen P formen (8).

Vid beräkningarna för denna uppsats ha använts en tabell över primtalen upp till 21 499 och en tabell över kvadraterna på talen 1—10 000, varjämte jag gjort upp tabeller över de primtal upp till 20 000, för vilka 2, 3 eller 5 är kubisk eller bikvadratisk rest. Endast för $2^p - 1$ har p här fått överskrida 1000. Jag har emellertid, särskilt för $p > 1000$, många faktorer, som ej meddelas här, då jag anser, att detta samlande av faktorer ej är av något större värde. Vad jag velat framhålla, har varit de allmänna satserna.

Nya Mersennes tal.

Av E. SCHMIDT.

Med Mersennes tal menas tal av formen $2^q - 1$, där q är ett primtal. För $q = 1, 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31$ och 61 ha dessa tal visats vara primtal. Enligt Mersenne skulle detsamma vara fallet för $q = 127$ och 257, medan för övriga q-värden < 257 talen skulle vara sammansatta. För en del av dessa har man funnit en eller flera primtalsfaktorer. I Elementa *12*, 10 har jag angivit förut kända eller av mig funna faktorer till Mersennes tal med q-värden upp till 263.[1] Jag har nu fortsatt undersökningen för q-värden upp till 2459 och funnit en mängd nya faktorer. En del faktorer finner man med användning av en sats, som först angivits av Euler och sedermera även av Lucas. Den lyder:

Har q formen $4k + 3$, så är $2^q - 1$ delbart med $2q + 1$, om $2q + 1$ är ett primtal.

I följande tabell över de nyupptäckta faktorerna Q äro de, som erhållas enligt Eulers sats, markerade med (*E*).

q	Q	q	Q	q	Q
283	9623	743	1487 (E)	1499	2999 (E)
317	9511	761	4567	1511	3023 (E)
337	18199		6089	1559	3119 (E)
359	719 (E)	857	6857	1583	3167 (E)
367	12479	883	8831	1663	16631
397	2383	911	1823 (E)	1693	10159
419	839 (E)	929	13007	1777	10663
431	863 (E)	941	7529	1811	3623 (E)
	3449	967	23209	1871	14969
443	887 (E)	1013	6079	1877	15017
461	2767	1019	2039 (E)	1931	3863 (E)
463	11113	1031	2063 (E)	1993	11959
491	983 (E)	1103	2207 (E)	2003	4007 (E)
557	3343	1223	2447 (E)	2039	4079 (E)
571	5711	1321	7927	2063	4127 (E)
577	3463	1361	8167	2339	4679 (E)
601	3607	1381	8287	2351	4703 (E)
659	1319 (E)	1439	2879 (E)	2399	4799 (E)
683	1367 (E)	1451	2903 (E)	2417	14503
719	1439 (E)	1453	8719	2459	4919 (E)

[1] I den där införda tabellen finnes ett tryckfel i raden för $q = 59$. Semikolon skall utgå på det senare stället; alla 13 siffrorna tillhöra den

The Core of an Atom, le résidu de l'atome, der Atomrumpf.

En översättningsfråga.

»The core of an atom» liksom dess franska och tyska ekvivalenter är en del av atomen, nämligen den som återstår, sedan atomen förlorat en eller några få elektroner, och som i viss mån verkar som en atomkärna med avskärmad, starkt förminskad laddning. I något trängre bemärkelse kan man definiera atomens core som atomkärna + den del av elektronhöljet, som vid fortsatt utbyggnad förblir oförändrad i avseende på elektronernas antal och fördelning på olika kvanttal, förändrad endast i avseende på det helas dimensioner. Ur denna synpunkt är antalet »cores» ganska litet; vi ha en »neoncore» med 10 elektroner, som vid utbyggnad ger perioden Na—Ar, en »argoncore» med 18 elektroner, som utbygges till perioden K—Kr, en »kopparcore» med 28 elektroner osv. Tages »core» i betydligt vidare bemärkelse, ungefär identiskt med en maximalt laddad positiv atomjon, kunde man beteckna den som *kemistens* atomkärna, en kärna med liten laddning, som ej har direkt samband med atomnumret, en »atom», oåtkomlig för kemiska angrepp.

En svensk term för detta viktiga begrepp har hittills saknats. Redaktionen har vänt sig till Kemistsamfundets nomenklaturutskott, representerat av prof. A. Ölander, med anhållan om ett uttalande i frågan. Utskottet har i samråd med professorerna E. Hulthén och O. Klein benäget meddelat, att det anbefaller termen *atomrest* som ett lämpligt uttryck för det i rubriken angivna begreppet. *Redaktionen.*

---

andra faktorn. Vidare kan nämnas, att för $q = 67$ har Cole (1903) funnit faktorerna 193 707 721 och 761 838 257 287. För $q = 71$ har Cunningham (1909) angivit faktorn 228 479; den andra faktorn har Ramesam (1912) uppdelat i faktorerna 48 544 121 och 212 885 833. Cunningham har även (1908—12) angivit faktorerna 23 279 och 65 993 för $q = 113$, 55 871 för $q = 151$, 150 287 för $q = 163$, 730 753 för $q = 173$ och 54 217 för $q = 251$. För $q = 239$ ha Reuschle (1856) och Bickmore (1896) funnit faktorerna 1913 och 5737. Faktorn 1433 för $q = 179$ angavs av Reuschle redan 1856, faktorn 43 441 för $q = 181$ av Woodall 1911. För $q = 139$ har Lehmer (1926), utan att ha funnit den minsta faktorn, bevisat, att talet är sammansatt; detsamma har han (1932) visat för $p = 149$ och 257. Powers (1911, 14) har visat, att man får primtal för $q = 89$ och 107. Slutligen uppges i en översikt av Lehmer 1932, att man får ett primtal för $q = 127$ och sammansatta tal för $q = 101$, 103, 109 och 137; men faktorerna äro ej kända.

Red.

Ekoradio.[1]

Av ingenjör ROLAND AJGER, Stockholm.

Ekoradion och atombomben äro de två mest markanta och betydelsefulla nya vapen, som framkommit under det andra världskriget. Enligt officiella uttalanden ha de båda i lika mån bidragit till krigets utgång.

Då sekretessen släppte beträffande »Radar», som den ursprungliga amerikanska benämningen lyder, fick man en uppfattning om det oerhörda arbete, som i de vetenskapliga laboratorierna och inom industrierna i de krigförande länderna nedlagts på framställningen av just detta vapen. Utveckling och tillverkning av ekoradiomateriel har kostat enbart USA 3 miljarder dollar (atombomben 2 miljarder). Under år 1944 levererades från en enda stor industrikoncern ekoradiomateriel till ett värde av 354 miljoner dollar.

Kriget har i stort varit en kamp mellan de krigförande ländernas vetenskapliga institutioner, en kamp om framställningen av nya medel och motmedel — och vad det gäller ekoradion, en kamp om de korta radiovågorna.

Benämningen »Radar» är sammansatt av orden »*r*adio *d*etection *a*nd *r*anging» och innebär fritt översatt »upptäckande och lägesbestämning av föremål med tillhjälp av radio». I England kallades ekoradion från början »radiolocation», men de anglosaxiska länderna enades senare om benämningen »Radar». Under denna benämning ha i dessa länder sammanförts en hel rad nya radiotekniska hjälpmedel, vilka mer eller mindre utnyttja den teknik, som vuxit fram genom ekoradions utveckling. Hit höra exempelvis olika slags navigationssystem för fartyg och flygplan, såsom Gee, Loran, Shoran, Oboe samt speciella automatiska radiofyrar m. m. Här i landet avse vi med benämningen ekoradio sådana radiotekniska hjälpmedel för »upptäckande och lägesbestämning av föremål», som arbeta enbart med från det bestrålade föremålet reflekterad strålning.

Historik.

Ekoradion har icke spontant sprungit fram under kriget, men dess utveckling har i mycket hög grad påskyndats och anlägg-

[1] En orientering om dess utveckling och verkningssätt i anslutning till ett föredrag vid Föreningens för matem. naturv. underv. årsmöte i jan. 1947.

ningarna fullkomnats under krigsåren. Vissa amerikanska vetenskapsmän anse, att utvecklingen just på elektroteknikens område under kriget motsvarar 50 års utveckling under fredstid.

Den egenskapen hos radiovågorna, att de reflekteras av föremål, som äro större än den använda våglängden, bättre eller sämre beroende på den större eller mindre elektriska ledningsförmågan hos föremålet ifråga, har varit känd sedan lång tid tillbaka och även utnyttjats i olika sammanhang. Sålunda utvecklade år 1925 Breit och Tuve vid Carnegieinstitutet i Washington en metod att medelst impulssändning per radio mäta höjden till jonosfären. Att jonosfären reflekterade radiovågor var redan känt. Denna impulssändningsmetod kom att bliva grundläggande för den moderna ekoradion.

Hos stormakterna igångsattes redan i början av 1930-talet försök att utnyttja radiovågornas reflexion för avståndsmätning och spaning mot flygplan. Man insåg sakens stora betydelse, ty om man lyckades taga radiovågorna i sin tjänst för detta ändamål, skulle man göra sig oberoende av mörker, dimma, regn och snö.

I England tillsattes vid årsskiftet 1934—1935 en speciell kommitté för att vetenskapligt utreda luftförsvarsproblemen. Ett i detalj utformat förslag till en ekoradioanläggning för spaning mot flygplan inlämnades till denna kommitté av en brittisk forskare, dr. Robert Watson-Watt. Redan våren 1935 hade denne sin första anläggning klar, och försöken blevo mycket lyckade. Man uppnådde bl. a. ca 65 km räckvidd mot flygplan. Med hänsyn till den oroande politiska situationen i Europa uppskisserades redan hösten samma år huvuddragen till vad som senare kallades »the British Home Chain», en rad ekoradiostationer längs Englands kuster för spaning mot fientliga flygföretag. Tillverkningen av fem anläggningar för skyddandet av Themsens utlopp igångsattes. Stationerna voro avsedda att utplaceras på ett avstånd av ca 40 km från varandra. I mars 1938 voro stationerna klara. Vid krigsutbrottet hade ytterligare stationer byggts, och genom tekniska förbättringar hade räckvidden ökats till 270 km. Varje station kostade ca 2 miljoner kronor. Byggandet av dessa dyrbara anläggningar i fredstid visar, att engelsmännen klart insågo ekoradions betydelse i ett kommande krig. Redan 1938 påbörjades konstruktionen av anläggningar för installation i flygplan. Dessa anläggningar voro av två typer, en för spaning mot övervattensfartyg och en för spaning mot flygplan. Samma dag kriget bröt ut funnos de fyra första anläggningarna för spaning mot flygplan installerade, trots att experimentmodellen varit färdig först i juni 1939!

Dessa anläggningar i flygplanen arbetade på en våglängd av ca

1,5 meter, varför antennsystemen blevo stora och skrymmande, till vilket jag återkommer senare. Kravet på kortare våglängder gjorde sig allt starkare gällande, och år 1940 hade man i England lyckats konstruera ett för impulssändning lämpligt magnetronrör, vilket innebar att ett sändarrör av helt ny typ togs i allmänt bruk. Detta rör möjliggjorde generering av radiovågor med en våglängd av ned till några få centimeters längd, samtidigt som det kunde lämna stor effekt. Därmed började den kraftigaste expansionen av ekoradion.

Även i USA hade man sedan 1933—34 bearbetat ekoradioproblemet. Tillverkning av apparater för 1,5 m våglängd påbörjades 1939, och sensommaren 1940 hade man fått fram en apparat arbetande på ca 45 cm våglängd. Man kunde dock icke få ut några större effekter ur de använda rören av mer konventionell typ, och kortare våglängder lågo också utom räckhåll. Inte förrän forskningsarbetet inom ekoradioområdet samordnats i England och USA och magnetronen överlämnats till USA för massproduktion, kom det verkliga genombrottet.

I Tyskland hade man också sysslat med ekoradio och där fått fram apparatur, som till en början var jämngod med de engelska anläggningarna, även om man inte från början varit lika förutseende som engelsmännen ifråga om det taktiska utnyttjandet. Man hade även försökt konstruera en för ekoradio lämplig magnetron, men misslyckats. Man kom till det resultatet att impulsering av magnetronen icke var möjlig. När engelsmännen därför efter 1940 började använda våglängder på 10 cm och senare på 3 cm i sina ekoradioanläggningar innebar detta en mycket obehaglig överraskning för tyskarna, som delvis stoppat forskningsarbetet inom ekoradioområdet. När man så 1942 i ett nedskjutet engelskt plan hittade en oskadad ekoradioanläggning försedd med magnetronrör i sändaren, kunde man konstatera att engelsmännen gjort det ur tysk synpunkt omöjliga. Efter 1942 voro tyskarna så handikappade, att de måste hålla sig till kopiering av de allierades apparater. De hunno icke heller före krigets slut få ut i fält några resultat av det på nytt intensivt igångsatta forskningsarbetet.

Ekoradion insattes i såväl luft- som sjökriget. Till sjöss dominerades ubåtskriget helt av ekoradions insats. Man kan faktiskt säga, att det var tack vare ekoradion, som ubåtshotet kunde avvärjas av de allierade. De tyska ubåtarna fingo aldrig någon ro, kunde icke utan stor risk för upptäckt gå upp till havsytan för att ladda sina batterier på nätterna. Detta förhållande framtvingade konstruktionen av den tyska luftmasten, vilken möjliggjorde för ubåtarna att vid gång i u-läge använda sina dieselmotorer, varigenom de kunde hålla sig under vattenytan i månader. Inte ens denna för-

nämliga konstruktion kunde undandraga dem upptäckt, enär de allierades ekoradioapparater, om än på betydligt kortare avstånd, upptäckte den ovan vattnet befintliga delen av luftmasten. Även för sjöartilleriets del innebar ekoradion ett stort framsteg. Artilleridueller ha utkämpats mellan övervattensfartyg, och fartyg ha sänkts utan att resp. fartyg någonsin sett varandra. Slaget vid Matapan var ett typiskt ekoradioslag, där artillerielden från engelsk sida helt leddes med tillhjälp av ekoradio och de italienska motståndarna på grund av siktförhållandena voro helt ur stånd att effektivt besvara elden.

Verkningssätt.

Som nämnts i inledningen grundar sig ekoradion bl. a. på radiovågornas reflexion. Om man utsänder en radiovåg och denna på sin väg träffar ett föremål, som till sin utsträckning är större än den använda våglängden, reflekteras vågen. Om den reflekterade vågen uppfångas i en mottagare och man kan mäta den tid, som förflutit mellan vågens utsändande och reflexens mottagande, kan man bestämma avståndet till det reflekterande föremålet, enär radiovågens hastighet är känd. Den fortplantar sig med ljusets hastighet, 300,000 km i sekunden eller 300 m på 1 mikrosekund (μs). Svårigheten ligger i att kunna mäta de mycket korta tidrymder som ifrågakomma. För denna tidmätning ha i huvudsak två metoder utvecklats, benämnda *interferensmetoden* resp. *impulsmetoden.*

Interferensmetoden.

Denna metod fordrar de enklaste apparaterna. Dessutom kan den med framgång användas för mätning av mycket korta avstånd, ned till någon meter. Metoden användes för höjdmätare i flygplan och har även använts i ekoradioapparatur för krigsbruk.

För att möjliggöra mätningen av de korta tider det här gäller varierar man kontinuerligt och med lämpligt vald hastighet den utsända radiovågens frekvens mellan två yttervärden (fig. 1). Samtidigt som radiovågen går ut i rymden, går en del direkt in i mottagarens antenn, vilken är uppställd intill sändareantennen. Den del av den utsända vågen som återkommer, sedan den reflekterats av något föremål, uppfångas i mottagarantennen (fig. 2). Alltefter storleken av gångtiden (t) kommer den reflekterade vågens frekvens att mer eller mindre skilja sig från den just i detta ögonblick från sändaren direkt inkommande vågen. Frekvensskillnaden är direkt proportionell mot gångtiden, enär frekvensvariationen är rätlinjig. Är avståndet till målet konstant, kommer skillnadsfrekvensen (f) att i varje ögonblick vara lika stor (fig. 1). För att mäta

frekvensskillnaden likriktar man den i mottagarantennen uppfångade frekvensblandningen, varvid som resultat erhålles dels en summa- dels en skillnadsfrekvens. Den hastighet med vilken sändarens frekvens varieras är så vald, att skillnadsfrekvensen inom apparatens mätområde blir lågfrekvent, tonfrekvent. Denna lågfrekvens förstärkes kraftigt i apparaturen, och genom lämpliga kopplingar kan dess frekvens bestämmas med stor noggrannhet.

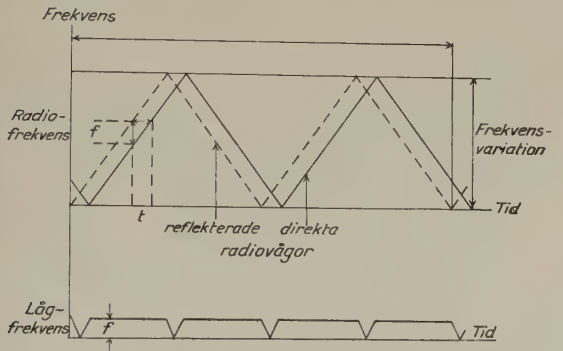


Fig. 1. Interferensmetoden. Den utsända vågen varieras kontinuerligt mellan två yttervärden. Vid ekots återkomst efter tiden »*t*» har sändarens frekvens ändrats »*f*» perioder. Skillnaden »*f*» är lågfrekvent.

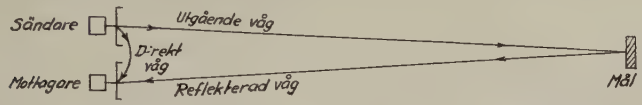


Fig. 2. Från sändaren går en del av utgående vågen direkt in i den omedelbart intill uppställda mottagarantennen. Gångtiden försumbar jämförd med ekots gångtid.

Denna »frekvensräknade» signal omvandlas i apparaturen till ett utslag på ett elektriskt mätinstrument, där utslagets storlek är direkt proportionellt mot signalens frekvens och följaktligen proportionellt mot avståndet till målet. Instrumentet kan således graderas direkt i avstånd. Den mätnoggrannhet i avstånd, som med denna metod kan erhållas, uppgår till 50 à 100 meter på ett maximiavstånd av 10 km.

Metoden har vissa nackdelar, framför allt den, att räckvidderna bliva rätt begränsade. Detta beror bl. a. på att kraftiga sändarrör, avsedda för kontinuerlig sändning med de höga frekvenser, som ifrågakomma för ekoradio, icke kunnat konstrueras tidigare.

Man behöver nämligen avsevärda effekter för att ernå stora

räckvidder. Radiovågen dämpas med 3:dje potens av avståndet vid passage över vatten och med 2:dra potens vid passage genom rymden (mätning mot flygplan) vid våglängder mellan 1 och $^1/_2$ meter, och det är ju en ytterst liten del av den utsända högfrekvensen som återkastas i form av ett eko.

En annan nackdel är, att man alltid måste ha dubbla antennsystem, ett för sändaren och ett för mottagaren. Dessutom föreligga svårigheter att vid mätning kunna särskilja mål liggande i samma riktning.

Impulsmetoden.

Effektbegränsningen har bemästrats vid impulsmetoden. Därför har denna metod blivit den praktiskt taget allenarådande vid konstruktionen av apparatur för krigsbruk, där bl. a. stora räckvidder äro av största betydelse. Andra fördelar med impulsmetoden äro också att endast ett antennsystem, gemensamt för sändare och mottagare, erfordras samt att svårigheterna med särskiljningen av mål i samma riktning praktiskt taget helt bemästrats.

För att förklara hur avståndsmätningen tillgår vid denna metod kan man göra en jämförelse med ekolodet, där också avståndsmätning sker, fast i vatten och med tillhjälp av ljudvågor i stället för av radiovågor. Ekolodet består i princip av en ljudsändare och en ljudmottagare, placerade i botten av ett fartygsskrov, samt en djupindikator (fig. 3). En motor driver en skiva i djupindikatorn. På skivan är monterad en glimlampa. Varje gång glimlampan passerar 0-strecket på djupskalan kopplar en kontaktanordning in ljudsändaren, som utsänder en kort ljudstöt. Det från havsbotten återstudsande ljudet uppfångas i mottagaren, förstärkes och matas in på glimlampan, som lyser upp. Ljudets hastighet i vatten är i det närmaste 1500 m/sek. Om skivan roterar 5 varv/sek, möjliggöres således mätning intill 150 m djup (300 m fram och åter).

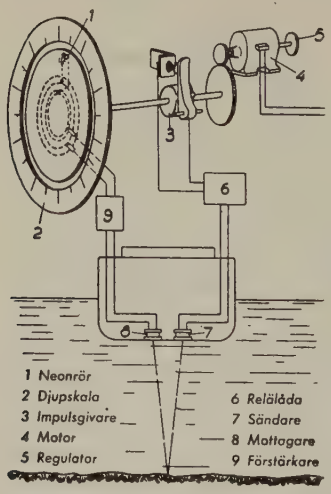


Fig. 3. Huvuddelarna i ett ekolod för mätning av vattendjup.

På samma sätt som ekolodet fungerar en ekoradioanläggning, som arbetar enligt impulsmetoden. Kortvariga radioimpulser utsändas, och

den sammanlagda gångtiden för dessa impulser till reflekterande mål och åter mätes. Svårigheten ligger i registreringen av denna gångtid. Att i ekolodet driva den roterande skivan med en hastighet av 5 varv/sek. är ju en enkel sak. Att med mekaniska hjälpmedel och dessutom med tillräcklig noggrannhet på samma sätt registrera gångtiderna för radioimpulserna är omöjligt. Omloppstiden för skivan skulle vid samma avstånd bliva en miljondels sekund!

I katodstrålröret hade man det hjälpmedel, som behövdes för registreringen av dessa mycket korta tider på något 100-tal mikrosekunder och med den noggrannhet på bråkdelar av en μsek., vilken erfordras för noggrann avståndsmätning.

Katodstrålröret är ett elektronrör, där de från katoden emitterade elektronerna i ett elektriskt linssystem koncentreras i en

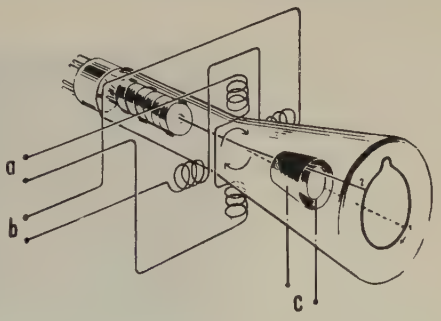


Fig. 4. Principskiss av rundskrivande katodstrålrör. De fyra spolarna matas med växelström på sådant sätt, att ett roterande fält erhålles, vilket avböjer elektronstrålen så, att den beskriver en cirkel å skärmen. En spänning på de cylindriska elektroderna »C» åstadkommer en radiell avböjning.

smal stråle, vilken riktas mot det till en skiva utformade, elektrodsystemet omgivande glashöljet (fig. 4).[1] Insidan av denna skiva är belagd med ett ämne, som fluorescerar, när det bombarderas med elektroner. Elektronstrålen åstadkommer på skivan, skärmen, en lysande punkt. Riktningen av elektronstrålen kan påverkas antingen med ett magnetiskt eller elektriskt fält. I fig. 4 ha båda dessa möjligheter utnyttjats. Genom att på lämpligt sätt mata de fyra spolarna med växelström erhålles ett roterande fält, vilket avböjer elektronstrålen så, att den beskriver en cirkel på skärmen. På skärmen synes en lysande ring. Strålen får passera mellan mantelytorna av två coaxiala cylindriska elektroder (*C*). Om mellan dessa elektroder lägges en likspänning, erhålles ytterligare en avböjning i radiell led. Matas spänningen in i form av en kortvarig spänningsstöt, blir resultatet en utbuktning på den lysande cirkeln.

[1] Angående katodstrålröret se uppsats av E. Bergquist, Elementa 27, 13, 1944.

Om man nu låter elektronstrålen i katodstrålröret gå ett varv på samma tid, som det tager för en radioimpuls att gå från sändaren fram och tillbaka till ett mål, beläget på det maximala avstånd, man beräknar kunna mäta med apparaten ifråga, kan man gradera den å skärmen uppritade cirkeln direkt i avstånd. I det i fig. 5 illustrerade exemplet är det maximala mätavståndet 40 km.

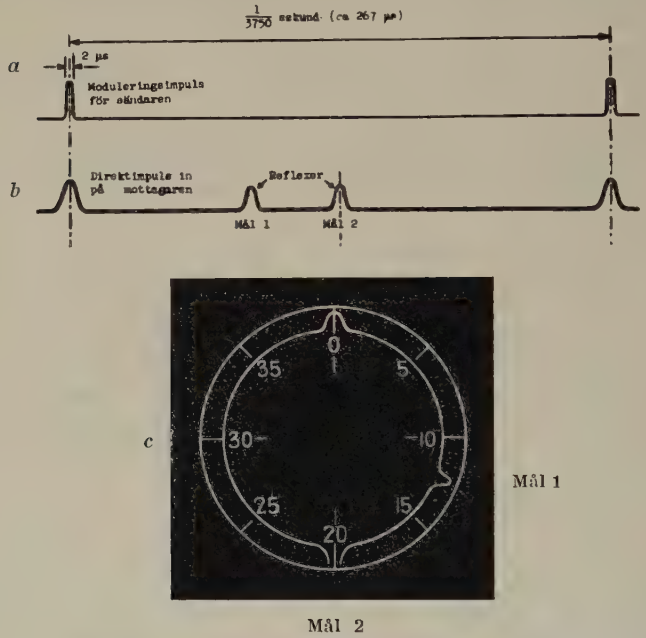


Fig. 5. Principen för avståndsmätning vid impulsmetoden. *a*) En sändarimpuls utsändes var 267-de mikrosekund (maximala räckvidden 40 km.). *b*) I mottagaren: direktimpuls från sändaren samt ekon från två mål. *c*) Katodstrålrörets direkt i avstånd graderade skärm. Elektronstrålen startar samtidigt som sändarimpulsen och går ett varv på 267 mikrosekunder. Direktimpuls och ekon åstadkomma utbuktningar å cirkeln. Avstånden till målen kunna avläsas direkt.

Det tager för radioimpulsen 1/3750 sekund att tillryggalägga detta avstånd fram och åter.

Sändaren får arbeta under en kort tidrymd, i det valda exemplet 2 μsek., och 3750 gånger per sek. låter man detta ske — man modulerar sändaren med impulsfrekvensen 3750 p/s. Synkront med sändarens igångsättning startas elektronstrålen i katodstrålröret. Under de två mikrosekunder sändaren arbetar är mottagaren,

vilken är kopplad till samma antenn som sändaren, blockerad, så att den icke kan skadas av den stora sändareffekten. Så snart sändarimpulsen gått ut, upphäves blockeringen av mottagaren, och denna ligger inkopplad till antennen klar att taga emot från målen återkastade ekon. De i mottagaren förstärkta och till likspänningsimpulser omvandlade ekona matas in på katodstrålrörets cylindriska avlänkningsplattor och åstadkomma utbuktningar på den lysande cirkeln. Utbuktningarnas lägen ange direkt avståndet till målen. Den från sändaren utgående impulsen åstadkommer även den en utbuktning på katodstrålrörets skärm, den s. k. direkt- eller nollimpulsen, varigenom kontroll av att elektronstrålen startar i rätt ögonblick erhålles.

Den avläsningsnoggrannhet, som kan erhållas vid direkt avläsning på det här beskrivna röret, är dock icke tillräcklig för t. ex. artilleriändamål. Med hjälp av tillsatsapparater kan man för dessa ändamål bestämma avstånd upp till 40 à 50 km på 15—25 m när.

Även andra typer av katodstrålrör finnas, där elektronstrålens avböjning sker exempelvis linjärt, i spiral eller radiellt. Det sistnämnda röret har under kriget fått en vidsträckt användning. I detta rör avböjes elektronstrålen radiellt ifrån centrum och ut mot skärmens kant. Om avböjningen sker synkront med sändarens impulsering, erhålles en radiell tidsaxel (avståndsskala). Men samtidigt sker en vridning av radiens riktning synkront med antennsystemets rotation (all ekoradiostrålning är riktad), och radien kommer således att även visa riktningen till reflekterande föremål. Vid användningen av dessa rör ordnar man i regel så, att elektronstrålen får träffa skärmen endast då ekon erhållas. Alla reflekterande föremål komma härigenom att synas i form av ljusfläckar på skärmens yta. Då dessutom skärmen gjorts efterlysande, hinna ljusfläckarna icke nämnvärt avtaga i ljusstyrka innan tidsaxeln passerar nästa gång. Man får således en samtidig markering av alla reflekterande föremål inom apparatens verkningsområde.

I det i fig. 5 visade exemplet var impulstiden 2 μsek. och impulsfrekvensen 3750 p/s. Detta innebär, att sändarrörets medeleffekt endast blir ca 1/130-del av impulseffekten. Här har man således genom impulseringen skapat en möjlighet att få fram de erforderliga stora sändareffekterna. Genom ytterligare konstgrepp kan man t. ex. låta röret hoppa över varannan impuls, och man pressar ned impulstiden till och under 1 μsek., varigenom effekter i impulsögonblicket, inemot 1000 gånger större än rörens medeleffekter, uppnåtts. Impulseffekter på upp till 1 à 2000 kW användas i moderna ekoradioanläggningar för spaningsändamål, arbetande på våglängder mellan $^1/_2$ till 1 $^1/_2$ meter.

Riktningsbestämning.

Gemensamt för båda ovan beskrivna metoder är att, för att riktningsbestämning i sida och höjd till ett mål skall kunna ske, strålningen måste riktas. Olika typer av antennsystem ha för detta ändamål utvecklats. Som exempel kan nämnas den s. k. mattantennen, vilken består av ett antal antennelement, $^1/_2$ våglängd långa,

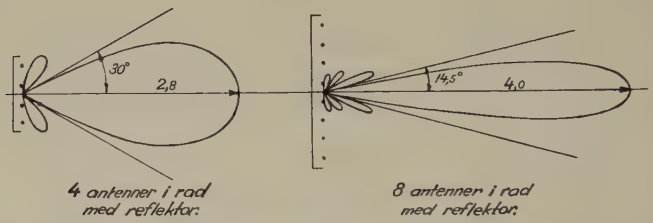


Fig. 6. Strålningsdiagram för mattantenn med olika antal antennelement. I riktningen 30° resp. 14,5° från normalen mot antennraden utgår ingen strålning.

monterade på en metallisk reflektor på en kvarts våglängds avstånd från reflektorn och med ett inbördes avstånd av $^1/_2$ våglängd. Vid lämplig hopkoppling och matning av dessa antennelement komma de att samverka i en viss riktning och motverka varandra i andra riktningar. Strålningen från antennsystemet kommer härigenom att sammanpressas till en stråle, vars bredd är

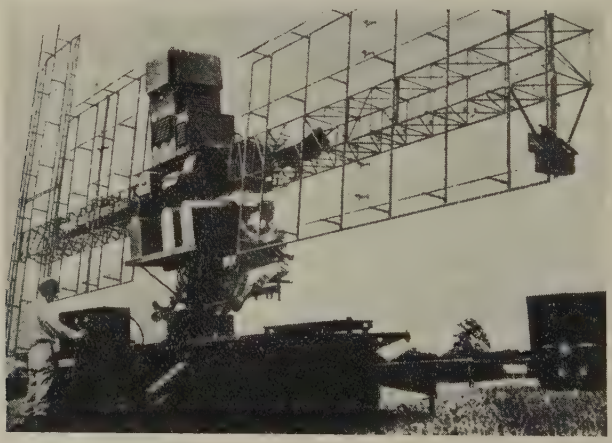


Fig. 7. Praktisk utföringsform av matt-antenn. De två liggande systemen för pejling i sida, den vänstra, stående delen för pejling i höjd.

beroende av antalet antennelement. Genom anordnande av flera rader antennelement över varandra kan strålningen pressas samman i såväl horisontell som vertikal led. I fig. 6 visas exempel på strålbredd vid olika antal antennelement. Fig. 7 visar en praktisk utföringsform av mattantenn.

Andra typer av antennsystem äro sådana med en parabolisk metallreflektor, där sändarantennen placerats i reflektorns brännpunkt (jämför strålkastaren) samt den s. k. Yagi-antennen, se fig. 8.

Genom sammanpressning av strålningen i ett smalt knippe vinnes en betydande ökning av effekten i strålningsriktningen. (Siffrorna 2,8 och 4,0 i fig. 6 angiva ökningen i strålningsintensitet jämfört med strålningen från en enkel antenn utan reflektor.)

Om riktningsbestämningen med en ekoradioanläggning skall bliva så noggrann, att dess värden skola kunna användas för inriktning av artilleripjäser, således med en noggrannhet om några hundradels grader, räcker det inte att pejla på maximal signalstyrka. Den rundade formen på strålens topp ger alltför liten variation i signalstyrka vid en mindre vridning i förhållande till målet (fig. 9). Om man däremot vrider antennsystemet så mycket, att man utnyttjar den brantare delen av strålningsdiagrammet, erhålles en större variation i signalstyrka för mindre vridningsvinkel. Detta har utnyttjats så, att man på elektrisk väg »vippar» strålen åt båda sidor i förhållande till normalen mot antennen, varvid man samtidigt jämför signalstyrkan i dessa två ytterlägen. Denna »vippning» eller lobkastning giver en noggrannhet i riktningsbestämning på upp till 0,06° vid god koncentration av strålningen.

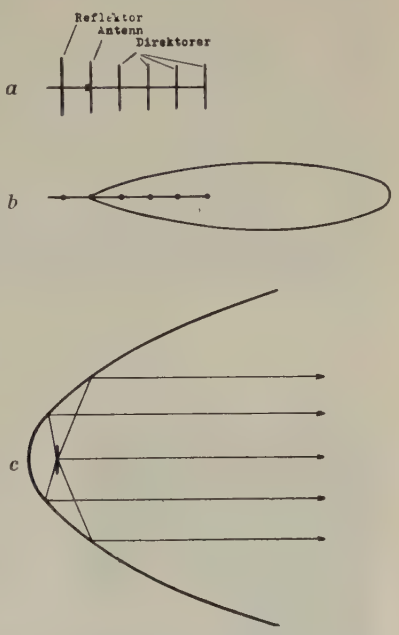


Fig. 8. *a*) Yagi-antenn med fyra direktorer *b*) Strålningsdiagram för denna antenn. Ju fler direktorer, desto smalare stråle. *c*) Antenn med parabolisk metallreflektor.

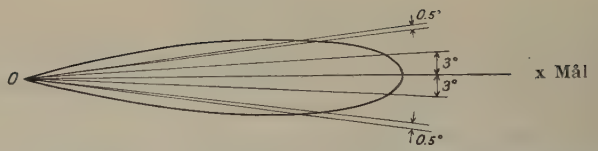


Fig. 9. Metod för ernående av noggrann riktningsbestämning. Observera skillnaden i vridningsvinkel för samma variation i signalstyrka vid mätning å maximum och vid ca 80 % av maximum. Mätning sker vid ca 80 % av maximum.

I inledningen nämndes att det under kriget varit en kamp i laboratorierna om de korta radiovågorna. Orsaken till denna kamp var en önskan, att med rimligt stora antennsystem få största möjliga koncentration av strålningen för att uppnå större räckvidder och noggrannare riktningsbestämning. Det är ju, som det har framgått av det föregående, icke storleken av antennsystemet i och för sig, utan storleken i förhållande till den använda våglängden, som är avgörande för koncentrationen. För att få måttliga storlekar på antennsystemen måste man ned i våglängd till området under 4 meter för de anläggningar, som användas t. ex. på fartyg. För flygplan voro antennsystemen för ½ meters våglängd redan för stora och gåvo alltför dålig riktningsbestämning. Vågor under ½ meter med tillräcklig effekt kunde man ej erhålla med rör av tidigare kända konstruktioner. I och med konstruktionen av det engelska magnetronröret fick man möjligheter att arbeta med centimetervågor av stor effekt, vilket bl. a. resulterade i att flygplan under krigets senare del kunde utrustas med anläggningar med antennsystem, vilka gåvo en strålbredd av endast ca 2°. Fig. 10 visar antennsystemet till en sådan anläggning arbetande på 3 cm våglängd. Den ringa strålbredden tillsammans med andra förbättringar i apparaturen ledde därhän, att man i flygplanet på katodstrålröret faktiskt kunde få en bild eller karta över den underliggande terrängen. Fig. 11 visar en dylik ekoradiobild över Washington.

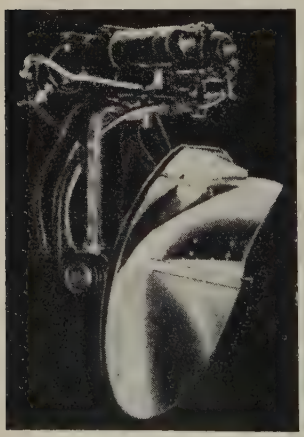


Fig. 10. Antennsystem för flygburen ekoradioanläggning, våglängd 3 cm, använd vid bombfällning under nattanfall. Antenn-reflektorns diameter ca 45 cm.

Magnetronen har under kriget utvecklats därhän, att våglängder från

Fig. 11. Bild sådan den framträder på katodstrålrörets fluorescensskärm i en flygburen 3 cm ekoradioanläggning jämförd med karta över motsvarande område (Washington).

0,5 till 50 cm kunna genereras, varvid toppeffekter vid impulsering på upp till 100 kW vid 1 cm våglängd och 3000 kW vid 10 cm våglängd kunnat erhållas. På grund av rörets konstruktion kunde det från början endast tillverkas för bestämd våglängd (frekvens). Även detta har under kriget bemästrats, så att f. n. avstämbara magnetroner tillverkas, vilka tillåta en frekvensvariation av från ± 5 upp till ± 20 %.

Vid projekteringen av en ekoradioanläggning är det icke endast antennsystemets storlek, som bestämmer valet av våglängd. Även det ändamål, vartill anläggningen är avsedd inverkar på detta val. Det aktuella våglängdsområdet ligger mellan 10 meter och någon centimeter. Det är lättare att åstadkomma stora effekter på de långa vågorna, varför exempelvis spaningsanläggningar, där stor räckvidd eftersträvas men mindre noggrann riktningsbestämning kan godtagas, byggas för några meters våglängd. Antennsystemen kunna göras relativt små på grund av eftergiften ifråga om noggrannhet i riktningsbestämning. De kortare vågorna närma sig mer ljusets rätlinjiga utbredning och äro i motsats till metervågorna, vilka kröka något runt synranden, praktiskt användbara endast till horisonten. De användas för eldlednings-

anläggningar, där kortare räckvidder men noggrannare riktningsbestämning erfordras. Nedåt begränsas våglängdsvalet av radiovågens genomträngningsförmåga. Redan vid 10 cm börjar genomträngningsförmågan nedsättas av kraftiga regnmoln och reflexer erhållas från dessa.

Den under kriget utvecklade ekoradion och den med denna sammanhängande mikrovågstekniken kommer att i en fredlig värld få en mycket stor betydelse bl. a. för ökad säkerhet i samfärdseln i luften och på vattnet och den kommer att bliva ett gott hjälpmedel vid vetenskaplig forskning. Ekoradion har redan tagits i bruk för detta ändamål; jag vill endast påminna om de våren 1945 publicerade uppgifterna om ekoradiomätning mot månen. Som ytterligare exempel kan nämnas, att i den amerikanska tidskriften Electronics nyligen (januari 1947) publicerats uppgifter om att man i U. S. A. med tillhjälp av ekoradio följt banorna hos meteorer, vilka uppträdde i samband med Giacobini-Zinner-kometen under tiden 7—12 oktober förra året. Genom mätning med olika våglängder bör joniseringsgraden i den av meteoren upphettade luften kunna bestämmas.

Centripetalaccelerationen vid likformig rotation.

Av adjunkt SVEN CEDERSTRAND, Stockholm.

En exakt härledning av uttrycket för centripetalaccelerationen vid likformig rotation, byggande på allmänna matematik-kursens satser, kan givas på följande sätt.

I punkten $(x; y)$ är hastighetsvektorn v; riktningsvinkeln (mätt i grader) för radien till punkten är u, för hastighetsvektorn således $u + 90°$. Vektorns komposanter längs axlarna äro

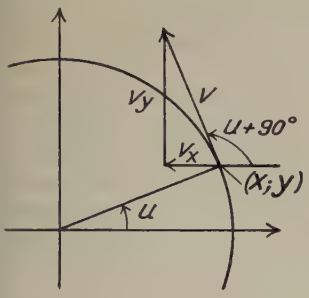
$$\left.\begin{aligned} v_x &= v\cos(u+90°) = -v\cdot\sin u = -\frac{v}{r}y \\ v_y &= v\sin(u+90°) = \quad v\cos u = \quad \frac{v}{r}x \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Genom derivering av dessa komposanter med avseende på tiden (t) erhållas accelerationsvektorns komposanter

$$a_x = -\frac{v}{r}v_y \quad \text{och} \quad a_y = \frac{v}{r}v_x \qquad (2)$$

eller enl. (1)

$$a_x = -\frac{v^2}{r^2}\cdot x \qquad a_y = -\frac{v^2}{r^2}\cdot y. \qquad (3)$$



Accelerationen är sålunda

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \frac{v^2}{r}.$$

Accelerationsvektorns riktning framgår av dess vinkelkoeff. = $= \frac{a_y}{a_x} = \frac{y}{x}$. Den är alltså riktad längs r och enl. (3) mot medelpunkten.

Om lösligheter med negativ temperaturkoefficient.

Av lektor G. STARCK, Stockholm.

Det finnes inte många exempel på ämnen, vilkas löslighet minskas med stigande temperatur. L. A. Bateman och W. C. Fernelius[1] ha diskuterat möjligheterna att demonstrera detta förhållande och anföra följande fall av sjunkande löslighet: kalciumkromat, kalciumhydroxid, kalciumsulfat och cer(III)sulfat. Till denna lista kunde man lägga sulfat av en rad andra sällsynta jordarter, nämligen lantan, praseodym, neodym, gadolinium, ytterbium samt yttrium. Vidare kalciumcitrat och möjligen ännu andra. Av de salter, som de amerikanska författarna pröva, lämpar sig endast cerosulfatet för demonstration av löslighetsminskning, som framgår av följande löslighetsvärden:

	0°	50°	100°
gram cerosulfat i 100 g vatten	19,09	4,78	0,78

I fråga om de andra salterna är antingen lösligheten så ringa eller skillnaden i löslighet vid låg och hög temperatur så liten, att man inte med dem kan utföra ett demonstrationsförsök. Med cerosulfat utföres försöket så, att man bereder 50 ml vid rumstemperatur mättad lösning, innesluter den i ett tillsmält glasrör och uppvärmer glasröret i ett vattenbad. Vid 84° börja kristallnålar avsätta sig, som vid 100° upptaga ungefär »3/4 tum» av röret och som vid avsvalning och omskakning ånyo lösas upp. Försöket är lätt att utföra och pålitligt, men man förstår bara inte, varför lösningen skall förvaras i tillsmält rör. Försöket kan lika väl utföras som provrörsförsök med användning av en förrådslösning och direkt upphettning.

Vidare kan man anmärka följande. För det första torde inte system av två komponenter eller ens den lilla del av detta kapitel,

[1] Journ. Chem. Ed. *14*, 315 (juli 1937).

som handlar om vattenlöslighet vid olika temperaturer, i skolan ägnas en särskild behandling. För det andra kunna inte cer och dess föreningar påräkna någon plats i kursplanen, och det föreligger därför mycket svaga skäl att i vår skola upptaga detta demonstrationsförsök. Därtill kommer att systemet cer(III)sulfat-vatten är ganska komplicerat. Saltet bildar hydrat med 12, 9, 8, 5 och 4 H_2O, alla med metastabila existensområden av osedvanlig storlek, som delvis gripa in i varandra. Som exempel må endast anföras, att vid 50° hydraten med 9, 8 och 5 H_2O existera metastabilt och hydratet med 4 H_2O stabilt, varje hydrat med sin löslighet. Det är förhållanden, som inte kunna diskuteras i skolan.

Ett ämne, som de amerikanska författarna förkasta, är kalciumhydroxid, därför att lösligheten är för liten, för att någon utfällning vid uppvärmning av mättat kalkvatten skall bli märkbar. I verkligheten lämpar sig ämnet alldeles utmärkt för påvisande av en med stigande temperatur fallande löslighet, nämligen om man utför försöket som laborationsförsök. Halten av de vid olika temperaturer mättade lösningarna finner man snabbt och lätt och tillräckligt noggrant genom titrering med syra. Jag har låtit elever i näst högsta ringen utföra försöket i samband med genomgången av kalcium på följande sätt.

1. Skaka kalciumhydroxid några minuter med vatten av rumstemperatur, filtrera och titrera 25 ml av filtratet med 1/30 C HCL (fenolftalein). Eller lägg litet kalciumspånor i vatten; då får man automatiskt en mättad lösning, som filtreras osv. Önskvärt men inte nödvändigt är att bestämma temperaturen.

2. Koka kalciumhydroxid med vatten, filtrera hastigt, avkyl filtratet till rumstemperatur och titrera 25 ml som ovan.

I medeltal av 8 försök, sins emellan väl överensstämmande, erhöllos följande värden på lösligheterna vid två ungefärliga temp.

	ml HCl, 1/30 C	g $Ca(OH)_2$ per liter
Cirka 20°	32,7	1,61
90—100°	17,2	0,849

I litteraturen finner man värdena (i g/l): 1,65, 0,85 och 0,77 vid resp. 20°, 90° och 100°.

Överensstämmelsen är så god man kan begära. Försöket är ytterst lätt att utföra i en klass, där titreringar ha hunnit bli en rutinsak. Det kräver inte en hel laborationstimme.

Försöket synes mig ha ännu en förtjänst, nämligen att utgöra ett värdefullt tillskott till de inte alltför många laborationsförsök, som stå till buds vid genomgången av kalcium i gymnasiet (mycket är utfört redan i realskolan).

Om användningen av jonbytande ämnen i den analytiska kemien.[1]

Några erfarenheter från undervisningen i kvalitativ oorganisk analys vid Tekniska Högskolan i Stockholm.

Av docent OLOF SAMUELSON och civilingenjörerna RALPH DJURFELDT och AXEL SCHOLANDER.

I tidigare arbeten (1) har visats, att man med användning av en organisk jonbytare kvantitativt kan separera en saltlösnings katjoner från dess anjoner. Denna separeringsmetod har visat sig vara av stor betydelse särskilt vid kvantitativ kemisk analys. Även vid den kvalitativa analysen innebär metoden ofta stora fördelar. Som bekant kan man icke genomföra en fullständig kvalitativ katjonanalys av ett analysprov, som innehåller fosfat-, borat- eller oxalatjoner, utan att man genom mer eller mindre tids- och arbetskrävande metoder, ofta i flera etapper, avlägsnar dessa joner ur lösningen. Genom användning av jonbytaremetoden är det emellertid i allmänhet enkelt att i en enda operation genomföra alla dessa separationer.

Sedan något år har vid Tekniska Högskolan i Stockholm vid undervisningen i kvalitativ analys införts alternativa analysmetoder med användning av jonbytare för att eliminera inverkan av störande anjoner.

Hittills har man vid kvalitativ analys på katjoner använt flera mer eller mindre komplicerade operationer för att avlägsna störande anjoner ur provlösningen. Välbekanta äro sålunda sedan gammalt »basiska fällningsmetoden» och cyanoferratmetoden. Bland nyare förfaringssätt att bortskaffa fosfat må omnämnas utfällning som vismutfosfat (2), utfällning som zirkonfosfat (3), behandling av provet med $SnCl_4$ (eller Sn) och HNO_3, varvid utfälld metatennsyra adsorberar fosfatjoner (4). Oxalat brukar bortskaffas genom omsättning medelst sodakokning. Borat kan elimineras genom förflyktigande som borsyremetylester.

[1] Uppsatsen utgör nr 14 i en serie, publicerad åren 1939—1947 huvudsakligen i Svensk kemisk tidskrift. Se litteraturförteckningen (1).

Om dessa metoder gäller, att de ofta äro tids- och arbetskrävande och att de i allmänhet äro specifika för en viss anjon; i varje fall kan man inte med någon av dem i en operation bortskaffa alla störande anjoner.

Dessa olägenheter vidlåda icke jonbytaremetoden, som dessutom är snabbare och fordrar betydligt mindre arbete. I de flesta fall användes ett jonbytareskikt, bestående av en olöslig organisk substans innehållande sulfonsyragrupper. Jonbytare kunna framställas genom sulfonering av t. ex. vissa typer av bakelit eller genom kondensation av lågmolekylära sulfonsyror med aldehyder. Lämpliga produkter finnas numera i handeln och ha fått stor teknisk användning framför allt för avhärdning av vatten. Användningen av jonbytaremetoden framgår av följande exempel.

Om man låter natriumfosfatlösning rinna genom jonbytareskiktet, vilket före försöket är mättat med vätejoner, kommer Na^+-jonerna att successivt ersätta sulfonsyragruppernas H^+-joner och fastna vid jonbytaren. Ur denna rinner sålunda en lösning av ren fosforsyra (»anjonlösning»). Genom tvättning med destillerat vatten kan fosforsyran fullständigt avlägsnas ur filtret och sedan, om så önskas, bestämmas kvantitativt, t. ex. genom titrering med NaOH.

Om $\boxed{JB \cdot SO_3^-|H^+}$ får beteckna jonbytaresubstansen, det sulfonerade konsthartset, så kan den process, som härvid sker, åskådliggöras med följande formel:

$$Na^+ + H_2PO_4^{2-} + \boxed{JB \cdot SO_3^-|H^+} \rightarrow H^+ + H_2PO_4^{2-} + \boxed{JB \cdot SO_3^-|Na^+}$$

Låter man sedan stark (t. ex. 4-N) saltsyra rinna genom filtret, regeneras detta (jonbytaren »vätemättas»), och i »katjonlösningen» får man då provlösningens natriumjoner kvantitativt, nu i form av klorid tillsammans med överskottet på saltsyra. Den reaktion, som härvid sker, är följande:

$$H^+ + Cl^- + \boxed{JB \cdot SO_3^-|Na^+} \rightarrow Na^+ + Cl^- + \boxed{JB \cdot SO_3^-|H^+}$$

Efter indunstning kan natrium mycket lätt bestämmas, t. ex. gravimetriskt såsom klorid eller genom titrering enligt Mohr.

Den använda jonbytaremassan har varit Wofatit KS, ett sulfonerat konstharts av bakelittyp. Före användningen har det tekniska preparatet lakats med saltsyra och krossats till en genomsnittlig kornstorlek av ca 0,5 mm. Massan har slammats upp i vatten och spolats ned i ett jonbytarrör enligt fig. 1 till en skikthöjd av ca 15 cm. Med den utformning apparaten har kan jon-

bytaren aldrig »rinna torrt», vilket är väsentligt. Genom att luft inte kan inkomma i filterskiktet, undvikas kanalbildningar, vilka skulle förhindra att jonbytarens hela kapacitet togs i anspråk. I de flesta fall är det lämpligt att använda jonbytaren i vätemättat tillstånd. Mättningen med vätejoner sker genom behandling med t. ex. saltsyra och efterföljande tvättning med destillerat vatten.

Enligt den metodik, som användes vid Tekniska Högskolans oorganiska laboratorium, avlägsnas störande anjoner ur provet på följande sätt. Filtratet från svavelvätefällningen indunstas till nära torrhet, så att endast obetydlig mängd fri HCl återstår, spädes och får sedan rinna genom den vätemättade jonbytaren, som därefter uttvättas med destillerat vatten. Genom regenerering med saltsyra får man sedan provets samtliga katjoner som klorider tillsammans med överskott av saltsyra, som bortskaffas genom indunstning till ringa volym. Den så erhållna lösningen är fri från störande anjoner och analyseras på vanligt sätt.

I jämförelse med de tidigare förfaringssätten har jonbytaremetoden följande fördelar:

1. *Mindre arbete.* I en enda operation (filtrering genom jonbytare och efterföljande regenerering) utbytas provets samtliga anjoner mot kloridjoner. Gängse metoder fordra olika operationer för varje anjon, vilka därtill ofta, såsom i fråga om basiska fällningsmetoden och cyanoferratmetoden, äro både arbetskrävande och besvärliga.

2. *Tidsvinst.* Jonbytaremetoden medför visserligen i många fall två indunstningar, men dessa sköta sig själva. Genom lämpligt val av syrakoncentration vid regenereringen och genom att avstå från kvantitativ utlösning och i stället nöja sig med 95—99 % kan man f. ö. nedbringa katjonslösningens volym avsevärt. Basiska fällningsmetoden är i och för sig tids- och arbetskrävande, och måste man därtill bortskaffa även borat- och oxalatjoner ur provet, blir tidsvinsten med jonbytaremetoden mycket stor.

3. *Enklare analysgång.* Den katjonlösning, som erhålles enligt jonbytaremetoden, är en ren kloridlösning, och vid analysgången falla därför alla metaller för sina resp. gruppreagens. 4:e gruppens metaller Ca, Sr och Ba samt Mg ur 5:e gruppen falla ju enligt gängse analysmetoder tillsammans med 3:e gruppens metaller, om fosfat etc. finnas närvarande. Finnes underskott av fosfat etc., falla dessa metalljoner på två ställen, vilket man lätt kan förbise. Oxalat kan förorsaka, att 3:e-gruppsmetallerna Cr och Al utfällas tillsammans med 4:e gruppens metaller. Co faller ju enligt gängse analysmetoder delvis som svårlöslig sulfid, delvis som fosfat, vilket

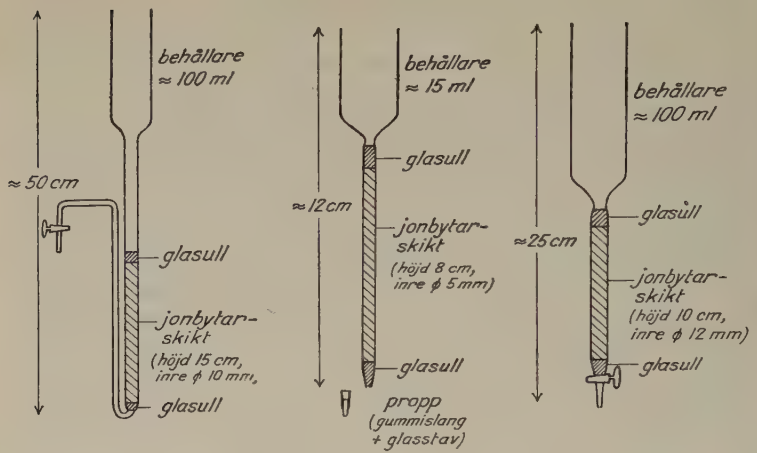


Fig. 1. Makrojonbytare. Fig. 2. Mikrojonbytare. Fig. 3. Makrojonbytare, annan typ.

ju sedan löser sig i utspädda syror, till nackdel för den fortsatta analysen. Enligt jonbytaremetoden däremot faller den enbart som sulfid, vilken ju är olöslig i utspädda syror.

Nackdelen med jonbytaremetoden är, att metaller, som föreligga som starka, negativt laddade komplex, kunna passera jonbytaren, och detta fullständigare, ju stabilare komplexerna äro. För den kvalitativa analysen medför detta, att Cr^{3+}, Al^{3+} och Fe^{3+}, som ju bilda ganska stabila komplex med oxalsyra, delvis kunna passera jonbytaren och därför återfinnas i anjonlösningen. Cr^{3+} bildar även med fosfat, sulfat m. fl. joner komplexer, vilka hindra en kvantitativ upptagning av krom. Då större delen av Fe^{3+} och Al^{3+} vid måttligt överskott av oxalat stannar i jonbytarefiltret, inskränker detta ej jonbytaremetodens användbarhet. F. ö. kan ju både Cr^{3+} och Fe^{3+} lätt påvisas i anjonlösningen.

De erfarenheter som hittills vunnits av jonbytaremetoden visa, att den sparar tid och arbete samt dessutom gör analysgången enklare och överskådligare.

Laborationerna i kvalitativ analys ha vid härvarande institution hittills utförts i makroskala. Därvid har jonbytaremetoden visat sig mycket förmånlig och användes nu uteslutande. En försöksgrupp arbetar i år i s. k. halvmikroskala. Även för denna grupp har jonbytaremetoden fått ersätta gängse metoder. Varje laborant har utrustats med ett jonbytarrör enligt fig. 2.

Vid denna utformning av apparaten hindrar en propp av väl tillpackad glasull luft att inträngа i filtret. Genom kapillärverkan förhindras den i filterskiktet stående vattenpelaren att rinna förbi denna propp. För att icke jonbytaremassan genom avdunstning skall torka ut mellan varje gång jonbytaren användes, tillslutes apparaten upptill med en kork och nedtill med en liten gummihuv. För säkerhets skull kan man fylla på ett par ml vätska i behållaren. Det kan här nämnas, att även en större jonbytare konstruerats enligt samma princip (fig. 3) och visat sig synnerligen ändamålsenlig för makroanalys.

Till institutionschefen, Professorn, Fil. Dr O. Collenberg, be vi att för värdefulla råd och diskussioner få framföra vårt tack.

Stockholm februari 1947.

Tekniska Högskolan.
Institutionen för Oorganisk Kemi.

Litteraturförteckning.

1. Samuelson, O.: I: Z. anal. Chem. *116*, 328 (1939); II: Sv. Kem. T. *51*, 195 (1939); III: ibid. *52*, 115 (1940): IV: ibid. *52*, 241 (1940); V: ibid. *54*, 124 (1942); VI: Sv. Papperstidn. Nr 3, 1945.
— Dissertation, Stockholm 1944.
Runeberg, G., Samuelson, O.: VII: Sv. Kem. T. *57*, 91 (1945); X: ibid. *57*, 250 (1945).
Samuelson, O.: IX: Sv. Kem. T. *57*, 158 (1945); XI: IVA *17*, 5 (1946); XII: Sv. Kem. T. *58*, 247 (1946).
Djurfeldt, R., Hansen, J., Samuelson, O.: XIII: Sv. Kem. T. *59*, 14 (1947).
2. Flagg, J. F., Line, W. R.: Semimicro Qualitative Analysis, van Nostrand Co, New York, 1943, sid. 77.
3. Curtman, Marlies, Plechner: Chem. News, *129*, 299 (1924).
Curtman, Greenslade: J. Chem. Education, *13*, 238 (1936).
4. Vogel, A. I.: A Textbook of Qualitative Analysis, Longmans, Green & Co, London 1946, sid. 418, 420.

Bokanmälningar.

Festskrift till N. E. Nørlund. Matematisk Tidsskrift B. Aargang 1945—1946.

År 1912 tillträdde N. E. Nørlund som 27-åring en professur i matematik i Lund. Han hade då redan hunnit göra betydande insatser inom tvenne vetenskaper, astronomien och matematiken. Hans första forskningar utfördes inom astronomien, men han övergick snart till den rena matematiken. Under Lundatiden bl. a. grundlade och genomarbetade han den omfattande teorien för differensekvationer. Efter tio års verksamhet i Lund kallades han tillbaka som professor till Köpenhamns universitet. Där blev han snart ledare för geodetiska institutet samt ägnade sig åt forskning inom geodesien. Det är således inom tre naturvetenskaper Nørlund gjort framstående insatser, och han har haft den allra största betydelse för det vetenskapliga livet i Danmark.

Vid hans 60-årsdag ha danska forskare inom matematiken, astronomien och geodesien velat bringa honom sin hyllning genom en festskrift. Fyrtioåtta olika författare ha genom var sin uppsats inom sitt speciella område lämnat bidrag. Innehållet har sålunda blivit ytterst mångskiftande; man kan säga att skriften representerar ett tvärsnitt av det vetenskapliga arbetet i Danmark inom de tre nämnda disciplinerna och deras gränsområden. Bidrag finnas av Harald och Niels Bohr, av Bengt och Elis Strömgren, Jakob Nielsen, Steffensen för att nämna några. Det är givet att på grund av bidragens speciella karaktär icke allt kan ha samma intresse för läsaren, men den som har vetenskaplig orientering inom ifrågavarande områden torde säkerligen finna några uppsatser, som ger honom god behållning. *Arvid Uhler †.*

Arne Broman, *Kompendium i tillämpad matematik.* Matematiska Institutionen, Uppsala 1946. 85 maskinskrivna foliosidor, kr. 15: —.

Vid de matematisk-naturvetenskapliga fakulteterna förekommer sedan några år en kurs i tillämpad matematik, avsedd främst för biologer, kemister, medicinare, nationalekonomer och statistiker, som ej vilja bedriva några egentliga akademiska studier i matematik men ändå ha behov av ett större matematiskt vetande än det studentkursen ger. Det ovannämnda kompendiet är enligt förf:s förord »avsett som hjälp åt de studerande som under kommande läsår deltaga i kursen» — »däremot är det icke någon lärobok i ämnet». Det torde dock med god behållning kunna läsas som ett repetitorium av dem som redan äro verksamma inom natur-

eller socialvetenskaperna och som vilja friska upp sina matematiska kunskaper.

Förf. begagnar genomgående metoden att först med några sifferexempel demonstrera en räkneregel och därefter (med eller utan härledning) skriva upp formeln i allmän, abstrakt form. I vad angår de rent matematiska delarna av kursen är kompendiet snarast en formelsamling; då förf. kommer in på tillämpningarna, blir framställningen något mera utförlig. En mängd figurer och diagram underlättar förståelsen av texten. I slutet av kompendiet finnes en stor samling övningsuppgifter (139 stycken, med svar) och en originell recension av ett tjogtal böcker, som helt eller delvis behandla samma ämne som förf. *Sven Hilding.*

A. Fletcher—J. C. P. Miller—L. Rosenhead, *An Index of Mathematical Tables.* Scientific Computing Service Ltd, London 1946, Pp. 450, 75 s. net.

Utgivandet av denna »tabell över tabeller» innebär, att en önskedröm hos mången som sysslar med numerisk räkning blivit verklighet. Var och en, som satt i gång ett kanske mödosamt tabuleringsarbete, känner till de olustkänslor, som framkallas av tanken på att det hela kanske bara resulterar i en ytterligare ökning av det myckna dubbelarbete, som bedrivs på detta område. Och även om den erforderliga tabellen efter en tidskrävande biblioteksjakt påträffas, är en snabb bedömning av dess tillförlitlighet ofta en vansklig sak.

Man grips av en hisnande känsla, då man bläddrar i denna omfångsrika volym och söker att med dess hjälp mäta det enorma arbete, som mänskligheten påtagit sig för att jämna vägen för vetenskapens män. Den är i själva sin ordknapphet en mer vältalig och fantasieggande hyllning till mänsklig tålmodighet och energi än ett forna tiders äreminne i bunden form. Kanske man gör klokt i att stanna inför någon enskild rad för att inte tanken skall svindla. Den koncisa upplysningen att t. ex. Thompson tabulerat logaritmer med 20 decimaler för talen 10 000—100 000 kan vara en lämplig utgångspunkt för dylika meditationer.

Endast funktioner av matematiskt intresse ha behandlats i denna bok, sålunda icke t. ex. fysikaliska tabeller erhållna på empirisk väg. Detta hindrar givetvis icke, att tabeller över funktioner omnämnts, som ha betydelse endast inom t. ex. astronomien, fysiken eller statistiken (vissa elliptiska integraler, några viktiga sannolikhetsfördelningar, harmonisk analys och mycket annat). Vidare har talteori uteslutits så när som på primtalstabeller (läsaren hänvisas här till Lehmers översiktsarbete av år 1941). Äldre tabeller

ha i allmänhet upptagits endast i den mån de ha stort historiskt värde eller fortfarande kunna anses vara i bruk. Nyutkomna verk ha kunnat medtagas t. o. m. 1944 (alltså även de värdefulla New York W. P. A.-tabellerna, som äro avsedda att bilda ett slags tabellencyklopedi).

Funktionerna ha sammanförts efter släktskap i 24 kapitel ordnade efter »svårighetsgrad». Varje funktion behandlas överskådligt under särskild rubrik med uppgift på i vilka tabellverk, böcker eller tidskriftsartiklar den finns tabulerad samt på tabellernas omfång och — särskilt värdefullt — deras kvalitet. Matematiska konstanter behandlas i ett kapitel, som både överflödar av allmänt nyttiga bestämningar och vittnar om den kuriösa rekordjakten på detta gebit.

I en litteraturförteckning på ett par tusen nummer ingår allt, som omnämnts i bokens huvuddel samt åtskilligt annat: äldre arbeten, artiklar om fel i tabeller, andra tabellöversikter m. m. Förmodligen av utrymmesskäl ha titlarna på tidskriftsartiklarna icke medtagits, vilket minskar möjligheten att använda förteckningen oberoende av huvuddelen.

Någon bedömning av författarnas väldiga kompileringsarbete kan självfallet icke komma ifråga, förrän boken gjort tjänst i praktiken. Men om hela verket utarbetats med sådan omsorg som den välskrivna inledningen — och enstaka stickprov och bokens allmänna karaktär bestyrka detta i hög grad — kommer den att bli till ovärderlig nytta för astronomer, fysiker, ingenjörer, statistiker och över huvud taget för alla, som ofta taga tabeller i sin hand. Den kommer i fortsättningen att bli ett tidsbesparande hjälpmedel i det vetenskapliga arbetet, som ingen av ovan nämnda kategorier bör underlåta att bruka, och dess plats är given i varje vetenskapligt bibliotek. Vi stå i stor tacksamhetsskuld till författarna och deras medhjälpare, för att de åtagit sig och för det sätt, varpå de genomfört detta mödosamma värv.

Gunnar Blom.

Paul G. Hoel, *Introduction to Mathematical Statistics.* Wiley & Sons, New York 1947, Pp. 258, $ 3.50.

Att göra den matematiska statistiken tillgänglig för icke-matematiker är ingen lätt sak. Professor Hoels bok är den första, som man lugnt kan rekommendera åt den, som förutom studentkursen kan på sin höjd integralkalkyl. Med en liten teoretisk apparat har han nått ett förbluffande gott resultat. Här och där har han måst utelämna ett bevis eller på annat sätt göra det teoretiska underlaget tunt, men på det hela taget kan man i detalj följa uppbyggan-

det av statistiken från grunderna till de moderna områdena, såsom stickprovsanalys, Neyman-Pearson's hypotesprövningsteori och χ^2-metoden.

Överallt söker förf. främst tillgodose den praktiskt arbetande statistikerns önskemål, icke minst i de välskrivna kapitlen om planläggning av experiment och industriell tillverkningskontroll. Det sistnämnda området behandlas relativt utförligt och förmodligen för första gången i en bok av detta slag. Över huvud taget äro många exempel hämtade från industrien, vilket gör boken särskilt värdefull för ingenjörer och industristatistiker.

De talrika räkneexemplen och de instruktiva litteraturhänvisningarna bidraga till att göra helhetsintrycket av boken mycket gott.

Gunnar Blom.

M. H. Pirenne, *The Diffraction of X-Rays and Electrons by Free Molecules.* Cambridge Univ. Press 1946, Pp. 160, 12 s. 6 d.

Arbetet ingår i »the Cambridge Series of Physical Chemistry». Författaren börjar med att redogöra för J. J. Thomsons teori för röntgenstrålningens spridning och behandlar klassiskt spridningen vid en enstaka elektron och vid ett stelt system av fria elektroner. Sedan följer en redogörelse för den vågmekaniska behandlingen av den koherenta spridningen vid atomer, med det härav betingade införandet av atomformfaktorn. I kap. II avhandlas den inkoherenta spridningen av röntgenstrålningen och i kap. III fluorescensstrålningens betydelse för spridningsfenomenet. De på experimentell väg funna spridningarna jämföras i följande kapitel med de teoretiska förutsägelserna, och här påvisas bl. a. nödvändigheten av att införa en relativitetskorrektion. Snabba elektroners spridning i gaser och de för elektroner gällande lagarna för koherent och inkoherent spridning utgör innehållet i nästa kapitel. I kap. VI kommer författaren in på röntgendiffraktionen vid fria molekyler och visar teoretiskt och experimentellt möjligheten att bestämma atomavstånden i molekylerna med dess hjälp. Utom de interferenseffekter i enstaka atomer eller molekyler, som behandlats i de föregående kapitlen, förekomma också intermolekylära interferenser, som vid gaser i allmänhet äro av mindre betydelse men vid högre tryck och framförallt vid vätskor bli synnerligen betydelsefulla. Härom handlar kap. VII. Värmerörelsens och den kemiska bindningens betydelse för interferensfenomenen beskrivas i kap. VIII och IX. I tionde kap. lämnas en redogörelse för hur man med röntgen- och elektrondiffraktion bestämmer fria molekylers geometriska struktur. Dessa bestämningar kunna göras så att man beräknar den teoretiska spridningsfunktionen för ett antal

som sannolika ansedda molekylstrukturer och bland dessa utväljer den, där överensstämmelsen med den experimentellt iakttagna spridningsfunktionen blir bäst. Pauling och Brockway ha emellertid angivit en metod att mer direkt nå målet med Fourieranalysens hjälp. För detta förfarande redogör Pirenne i kap. XI. Till slut ges i kap. XII en kortfattad framställning av det experimentella tillvägagångssättet vid undersökningar av det slag det här gäller. Boken avslutas med en tabell över de molekyler, som hittills studerats med röntgendiffraktionens hjälp, och en tabell över atomformfaktorer samt en värdefull bibliografi.

För bokens vederhäftighet borgar professor Debye, som skrivit ett företal i vilket han uttalar sin uppskattning av Dr Pirennes översikt. En recensent i »Nature» (R. Fürth, vol. 159, 11 jan. 1947) har påpekat några smärre misstag, som dock ej minska bokens användbarhet. Den är väl uppställd och framställningen är klar.

Sten v. Friesen.

C. W. Bunn, *Chemical Crystallography, An Introduction to Optical and X-Ray Methods*, 422 sid. Oxford 1945.

Huvudtiteln på föreliggande arbete låter närmast förmoda, att det främst skulle behandla kristallkemi. Så är emellertid ej fallet; undertiteln måste även medtagas för att innehållet skall bli täckt. Boken är närmast en lärobok i röntgenkristallografisk strukturbestämning, men de delar av kristallografi och kristalloptik som behövas för detta arbete ha även behandlats.

Inom den högre kemiundervisningen och alldeles särskilt när det gällt att erhålla en inledning till strukturforskning har en modern lärobok länge saknats. Samma brist har säkerligen även varit starkt kännbar, när man närmat sig dessa problem från den mineralogiska sidan. Med Bunns arbete föreligger nu en modern, lättfattlig och ytterst trevligt skriven lärobok. Det säger sig självt, att man inom något mer än 400 sidor endast kan ge en ytterst elementär framställning av strukturbestämningsmetodiken, men man måste beundra författaren för att han inom denna trånga ram lyckats få med så mycket som här är fallet.

Boken förefaller att kunna vara till nytta för lärare, som önskar öka sin kunskap i kristallografi utöver det rudiment som universitetsundervisningen i allmänhet har givit. Tack vare den matematiska behandlingens elementära karaktär är den även tänkbar som lektyr för intresserade elever i de högsta ringarna.

G. Hägg.

B. L. Worsnop-F. C. Chalklin, *X-Rays.* Methuen & Co. Ltd., London, 1946. 120 sid., 5 s.

De mycket omfattande resultaten av de sista 50 årens intensiva forskningar på röntgenområdet ha här behandlats mycket kortfattat. Trots detta har man efter genomläsningen av boken en stark känsla av att förf. fått med allt väsentligt i problemställningar och utveckling. De viktigaste resultaten och apparaterna belysas med kurvor och figurer (inalles 47 st.), oftast hämtade ur primärarbeten. En särskild förtjänst är att förf. låter teorien verifiera experimenten och tvärtom, varför den för modern fysik så fruktbärande växelverkan mellan teori och experiment ovanligt vackert framträder. Relativt stor uppmärksamhet ägnas röntgenstrålarnas spridning i olika ämnen samt den röntgenfotoelektriska effekten, varur många viktiga slutsatser om materiens uppbyggnad kunnat dragas.

Detta är 2:a upplagan av en redan 1930 utkommen bok av Worsnop ensam. Revideringen är i stort sett utförd av Chalklin, vilken fört den fram till de allra senaste åren. Boken kan rekommenderas som en visserligen inte direkt lättläst men ovanligt klar framställning av den kunskap vi hittills fått om röntgenstrålarna och därigenom om atomernas elektronkonfiguration.

V. H. Sanner.

Robert I. Sarbacher—William A. Edson, *Hyper and Ultra-High Frequency Engineering.* John Wiley & Sons, Inc., New York 1943, 5th Print. 1946, 644 sid., $ 5.50.

J. C. Slater, *Microwave Transmission.* International Series in Physics. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York 1942, 309 sid., $ 4.00.

Sarbacher och Edson beteckna våglängdsområdet 30 cm — 30 m som ultrakortvåg och vågor inom området 3 cm — 30 cm som mikrovågor. Slater anser mikrovågsområdet vara 1 cm — 1 m. Någon allmänt accepterad terminologi finns inte. Kampen om millimetrarna har pågått oavbrutet under senare år, och försök med 5 mm-vågor ha nyligen publicerats.

De första 11 kapitlen i Sarbacher-Edsons bok vill rec. särskilt rekommendera åt den som är intresserad av teorien för elektromagnetiska vågors utbredning. Författarna starta från utgångspunkter, som äro välkända för varje fysiker, och härleda först Maxwells ekvationer, diskutera därefter vågutbredning i vakuum, reflexion och brytning (bl. a. Fresnels formler och polarisation), utbredning längs parallella ledare, i rektangulära och cylindriska vågledare samt koaxialledare, och behandla slutligen hålrumsresonatorer samt strålning från horn och reflektorer. Framställ-

ningen är i dessa 11 kapitel utomordentlig. Alla beräkningar äro fullständigt genomförda, varför läsaren slipper tidsödande mellanräkningar, i motsats till vad fallet brukar vara beträffande böcker av detta slag. Bokens återstående 6 kapitel äro mindre lyckade och delvis föråldrade. Detta gäller särskilt om de två sista, som behandla magnetroner och hastighetsmodulerade rör. Vad detta område beträffar, torde bättre böcker snart vara tillgängliga. Boken innehåller 325 problem (utan svar) samt en utmärkt bibliografi på 20 sidor.

Slater är den förste, som skrivit en lärobok, som uteslutande handlar om mikrovågor. Hans arbete motsvarar ungefär Sarbacher-Edsons 11 första kapitel, men framställningen är mera resonerande och torde vara mindre arbetsam, åtminstone för den läsare, som nöjer sig med att få åtskilliga formler uppskrivna utan härledning.

I bägge böckerna användes det rationaliserade Giorgisystemet.

Torsten Jönsson.

Ingenjörshandboken. Red. av C. A. Strömberg. I. Allmänna delen. Nordisk Rotogravyr, Stockholm 1947, 1046 s., pris klotband 48 kr.

Ingenjörshandboken omfattar följande delar: 1. Allmän del, 2. Maskinteknik, 3. Elektroteknik, 4. Kemi och kemisk teknologi samt 5. Materiallära, värme och sanitet, husbyggnad. Detta omfattande verk är avsett att utgöra en i många hänseenden fullständig ingenjörshandbok. Av den rikhaltiga innehållsförteckningen framgår dock, att arbetet kommer att bli av värde vid den akademiska undervisningen, och detta gäller i synnerhet den nu utgivna allmänna delen, vilken på grund av sin utpräglat tekniska inriktning bl. a. kan finna användning som komplemet till Kohlrauschs allbekanta »Lehrbuch der praktischen Physik». Den bör även bli till nytta såsom uppslagsbok i matematik, fysik och kemi vid de allmänna läroverken.

Handboken är i sin helhet resultatet av ett storartat samarbete av nära 200 fackmän inom skilda områden, och bland de 30 medarbetarna i den allmänna delen märkas flera kända ingenjörer och forskare. Bakom varje artikel stå ofta två eller flera författare, och i regel ha artiklarna dessutom genomgåtts av ytterligare några specialister.

Bland den allmänna delens många kapitel torde i första hand följande vara av intresse för Elementas läsare: matematik, enheter och måttsystem, mekanik, teknisk strömningslära, allmänna tekniska mätningar, fysikaliskt kemiska lagar och definitioner, kemiska föreningar och trivialnamn, värme och fuktighet, bränslen och för-

bränning, svängningar och vågrörelser, akustik, optik, elektrotekniska grundbegrepp, allmän elektroteknik, elektriska och magnetiska mätningar, fysikaliskt-tekniska tabeller samt slutligen teknisk litteraturtjänst. Framställningssättet är genomgående starkt koncentrerat, och huvudvikten har lagts vid den praktiska tillämpningen av teoretiska och empiriska forskningsresultat. Artiklarna åtföljas av rikhaltiga litteraturförteckningar.

Bland artiklar av mera allmänt intresse märkes ett avsnitt om mätfel, vilket domineras av en beskrivning av den mödosamma och relativt sällan begagnade minsta kvadratmetoden. Det hade nog varit välbetänkt, om man här även hade angivit några enkla grafiska metoder, vilka ofta med fördel kunna ersätta minsta kvadratmetoden vid koefficientberäkningar. Beträffande de fysikaliskt-tekniska tabellerna kunna några anmärkningar framställas. I tab. 1 över fasta grundämnen finnas uppgifter angående c_p, vilka skola utgöra medelvärden för temperaturer mellan 20° och 100° C. Man kan ifrågasätta värdet av att ange dessa konstanter med en noggrannhet av 3 till 4 siffror, då det gäller ämnen, vilka inom detta temperaturintervall uppvisa så stora variationer som t. ex. grafit, diamant, bor eller kisel, jmfr fig. 2/1 s. 593. I tab. 2 har på grund av tryckfel värmeledningstalet för vatten blivit 10 gånger för lågt. Värdena på gasernas inre friktion i tab. 3 borde ha åtföljts av temperaturangivelser, och några uppgifter beträffande λ och c_p i samma tabell stämma ej helt överens med motsvarande värden i efterföljande specialtabeller.

En handboks verkliga värde visar sig givetvis först efter en längre tids användning, och därför får framtiden utvisa i vad mån denna bok motsvarar de högt ställda förväntningarna. Redan efter en första granskning kan man dock konstatera, att den i fysikaliskt hänseende så blygsamma svenska läroboklitteraturen här har erhållit ett i många avseenden värdefullt bidrag. *B. Grundström.*

Anders Ångström, *Sveriges Klimat.* Generalstabens Litografiska Anstalt, Stockholm 1946, 105 s., 42 fig., 6 planscher, kr. 10:—.

År 1930 utkom framlidne överdir. Axel Walléns »Climate of Sweden». Denna översiktliga framställning av vårt lands klimat byggde till väsentliga delar på de klimatologiska specialundersökningar, som utförts under det närmast föregående halvseklet, bl. a. och kanske främst av prof. H. E. Hamberg. »Climate of Sweden», som var ett tämligen kortfattat arbete, blev mycket efterfrågat och är sedan många år utgånget. Under tiden har ett nytt och allt större observationsmaterial samlats, och ytterligare några specialarbeten ha utkommit, avsedda att tillgodose olika näringsgrenars

behov av klimatologiska uppgifter. Ett starkt behov av en koncentrerad sammanfattning av liknande slag som Walléns nyssnämnda arbete har gjort sig alltmer gällande. För att i någon mån avhjälpa denna brist utgav byråchefen vid Sveriges meteorologiska och hydrologiska institut Anders Ångström förra sommaren en ny sammanfattande framställning med titeln *Sveriges Klimat.*

Boken börjar med en redogörelse för de faktorer, som bestämma klimatet, främst in- och utstrålningen samt värmetransporten genom atmosfärens allmänna cirkulation och havsströmmarna. Förf. kommer härvid in på de vandrande cyklonernas byggnad, och den klassiska bilden av Bjerknes' cyklonmodell förekommer även här, fastän denna i de flesta fall ej äger giltighet mer än under högst en femtedel av cyklonens levnad, det s. k. ungdomsstadiet. Avgjort mycket större betydelse för klimatet har det följande stadiet, ocklusionsstadiet, då fronterna, som skilja de olika luftmassorna åt, så småningom förintas och vi få ett mer eller mindre frontlöst lågtryck av stort omfång.

En kort allmän översikt över Sveriges klimat i samband med landets läge och topografi följer sedan, varefter de olika klimatelementens regionala fördelning och årliga förlopp behandlas på 64 sid. Början göres med temperaturen, och landet indelas i olika klimatområden med stöd av temperaturanomalierna. Härvid stöder sig författaren på egna tidigare specialarbeten. I anslutning till temperaturen behandlas den för jordbruket betydelsefulla vegetationstiden. Härefter följer en redogörelse för isläggning och islossning, snötäckets utbredning, frost, frostländighet, jordtemperaturens variationer samt nederbördens fördelning. Det följande avsnittet om åska är mindre tillfredsställande beträffande åskvädrens indelning och förekomst i anslutning till fronter av olika slag. Sålunda måste man bestämt bestrida författarens uppgift, att de i vårt land vanligaste åskvädren skulle uppträda i samband med varmfronter. Dimmans behandling synes mycket för kort och bygger på gammalt observationsmaterial. Sedan älvarnas vattenföring behandlats, kommer förf. in på sambandet mellan lufttrycksfördelning och vind, ett avsnitt som delvis blivit utsatt för fullständigt ovederhäftig kritik i en recension av boken i Dagens Nyheter. Ett par sidor ägnas åt strålning och ljus och boken avslutas med en mycket kortfattad redogörelse för temperatur- och fuktighetsförhållandena i de högre luftlagren över Sverige. Till slut behandlas det svenska klimatets förändring.

Illustrationsmaterialet — med ett stort antal fig., diagram, tabeller och kartor — är i allmänhet gott. Fyra kartor i färg ge en detaljerad bild av luftens medeltemperatur för månaderna jan.,

maj, juli och okt. Två stora, sällsynt åskådliga och praktfulla färgplanscher ge månadsvärdena för temperatur och nederbörd i Stockholm åren 1875—1945, jämförda med normalvärdena för perioden 1901—1930.

Boken är som helhet ett värdefullt tillskott till litteraturen om vårt klimat i en tid, då den svenska klimatologien befinner sig i en period av förfall, bl. a. därför att en stor del av observationsmaterialet får ligga obearbetat i brist på arbetskraft. Ångström har en sällsynt förmåga att på ett medryckande och ledigt språk ge en populär framställning av vad som döljer sig bakom en mängd torra siffror och fakta, men en popularisering av ett ämne sker nästan alltid på bekostnad av stringensen. Till slut må kanske nämnas, att boken införts som kurslitteratur i ämnet meteorologi i lägre akademisk examen, vilket ingalunda betyder någon inskränkning i bokens användbarhet för en icke akademiskt skolad allmänhet. *Sveriges Klimat* är en intressant lektyr för envar, som är något insatt i meteorologiska spörsmål. *H. Henrikson.*

Kurs i vakuumteknik. Teknisk tidskrifts förlag, Stockholm 1946, 72 s., kr. 7:—.

På ett av försättsbladen angives: Uppsatserna i detta kompendium utgöra bearbetningar av föredrag, hållna vid en kurs i vakuumteknik, anordnad 13—14 april 1945 av Tekniska Fysikers Förening.

I första uppsatsen ger professor Erik Rudberg en snabbehandling av teorien för vakuumtekniken. Bl. a. påvisas den avgörande betydelse som dimensionerna av ledningarna mellan pump och recipient ha för evakueringshastigheten. I nästa uppsats ger samme författare en sammanställning av principerna för de olika slag av tryckmätningsinstrument, som användas inom lågtrycksområdet.

Den tredje artikeln är författad av civilingenjör Sven Ledin och innehåller en välskriven och intressant redogörelse för de material som användas inom högvakuumtekniken. Materialens framställningssätt och bearbetningsmetoder samt de därav betingade egenskaperna för deras användning inom vakuumtekniken behandlas på ett mycket klargörande sätt, tabeller och kurvor bidra till överskådligheten. — Några mindre tryckfel störa ej nämnvärt.

De två följande uppsatserna äro skrivna av laborator S. Eklund. Den första ger en elegant och uttömmande beskrivning av vakuumpumparna. Deras funktionssätt och ömsesidiga för- och nackdelar diskuteras utförligt på ett sådant sätt, att en person, som tidigare ej haft anledning att speciellt ägna sig åt detta område men fått ett evakueringsproblem, snabbt kan orientera sig och välja det

pumpaggregat som lämpar sig bäst. Också Eklunds andra uppsats, som behandlar vakuumsystems dimensionering och uppbyggnad är mycket lärorik. Där givas många praktiska råd och anvisningar; författaren är synnerligen väl förtrogen även med detta ämne.

Dr. phil. Gösta Siljeholm behandlar de vakuumtekniska problemen vid framställning av glödlampor, urladdningsrör, likriktare och radiorör. I dessa fall gäller det att åstadkomma bästa möjliga vakuum. — I nästföljande artikel, i vilken civilingenjör Greville Sandström behandlar vakuumtekniken i kemisk industri, är det däremot fråga om relativt små trycksänkningar men stora pumpkapaciteter. Författaren skildrar närmast problem inom sulfatcellulosaindustrien.

Häftet slutar med en uppsats om förångning i vakuum. Fil. kand. Karl Erik Stålberg redogör här för många intressanta erfarenheter, som erhållits under bearbetningen av detta problem vid forskningsinstitutet för fysik.

I sin helhet ger sammanställningen en utmärkt inblick i vakuumteknikens problem. De synnerligen representativa författarna borga för, att boken innehåller allt väsentligt om vakuumteknikens utveckling intill den tidpunkt, då uppsatserna skrevs. — Emellertid har ju vakuumtekniken varit föremål för ett enormt intresse i Amerika under krigsåren, på grund av dess stora betydelse för bearbetningen av atomenergiproblemet. De erfarenheter och de framsteg, som därvid gjorts, hade nog ännu ej nått hit våren 1945, och det kommer därför att bli intressant att se, om utvecklingen på detta område hunnit längre i Amerika än här, sådan som den framgår av föreliggande häfte. På ett av de viktigaste områdena, högvakuumpumparnas, kommer det emellertid nog att visa sig, att professor Siegbahns senaste konstruktion ligger i främsta ledet.

Häftet kan varmt rekommenderas till alla och speciellt till dem, som av en eller annan orsak vill sätta sig in i vakuumteknikens problem. Större delen kan även med behållning läsas av elever i de högsta ringarna. *G. Stenvinkel.*

Milda Prytz och Th. Østerud, *Uorganisk kjemi.* Grøndahl & Sons Forlag, Oslo 1946. 446 sid. med 75 bilder och ett blad med det periodiska systemet (i en pärmficka). Pris bunden kr. 25:60.

Motivet till utgivandet av denna lärobok för norska högre läroanstalter har varit, att Norge hittills saknat en lärobok i kemi, grundad på atomteorien och genomförande atomteoretiska synpunkter. Man kan nog säga, att boken uppfyller det i programförklaringen inneslutna löftet och gör det på ett i det väsentliga lyckligt sätt.

I allmänhet genomgås grundämnena, särskilt metallerna, på det ofta tillämpade sättet, nämligen så, att samma föreningstyper behandlas i ett sammanhang. Det är den naturliga gången, då man särskilt vill framhålla släktskapen mellan grundämnen tillhörande samma grupp, resp. den gradvisa förändringen inom en grupp, och som därför också självmant erbjuder sig, då som här atomen står i centrum för stoffets behandling.

Arbetet är lagom innehållsrikt och på det hela taget modernt; att en del kärnfysikaliska nyheter ej kommit med, kan ha sin naturliga förklaring. Så t. ex. upptar författarnas periodiska system grundämnena masurium, alabamium och virginium, de senare visserligen med frågetecken. Egendomligare är det att återfinna såsom alltjämt giltig Faraday's förklaring av förloppen vid elektrolys av natriumsulfat o. a. (sid. 47—48), grundad på åsikten om urladdning av jonerna, åtföljd av »sekundära reaktioner».

Anledningen till att man vid framställning av kväveoxid ur luft enligt Birkeland-Eyde strävar att hastigt avkyla gasen är ej, att kväveoxid är stabil vid låg temperatur; den är tvärtom labil (»metastabil») vid låg temperatur, och avkylningen avser att snabbt bringa gasen till en temperatur, där sönderfallshastigheten är lika med noll.

Dessa och andra detaljanmärkningar kunna göras men spela en underordnad roll vid bedömning av bokens värde, som kan sättas högt. Av de skandinaviska länderna är det väl nu endast Sverige, som saknar en inhemsk lärobok i allmän och oorganisk kemi för fack- och högskolor. Prytz-Østeruds lärobok skulle gott och väl kunna fylla detta tomrum. *G. Starck.*

E. Darmois, *Progrès récents dans l'étude de la structure des solutions électrolytiques.* (Actualités scientifiques et industrielles Nr. 785), Hermann & Cie, Paris 1939, 64 s., 31 bilder, 50 fr.

Innehållet i denna bok är ej fullt så omfattande som titeln kunde låta förmoda. Den behandlar huvudsakligen mätningar av vissa elektrolytlösningars ledningsförmåga och optiska egenskaper — absorption, vridning och brytning — och de slutsatser man därur velat draga om tillståndet i dessa lösningar. Däremot behandlas t. ex. varken mätningar av aktivitetsfaktorer eller av jämviktskonstanter för syrabas- och komplexjämvikter eller röntgenmätningar av atomfördelningen i lösningar, ehuru även sådana mätningar måste sägas belysa elektrolytlösningars struktur.

Man bör alltså hålla i minnet, att det blott är en del av ämnet som behandlas. Å andra sidan är framställningen både intressant och givande. Darmois själv och hans skola ha utfört omfattande

forskningar på detta område. Ett stort material av mätningar har sammanställts, framförallt beträffande halogenider och tartrat. Man har undvikit sådana par av joner som äro kända för komplexbildning, då det framför allt är de starka elektrolyternas förhållande man velat undersöka.

Den slutsats som drages är att man i de undersökta fallen ej behöver räkna med oladdade molekyler: spjälkningen i joner är alltid fullständig och de avvikelser i optiska egenskaper man iakttar i lösningar av mycket hög halt kunna väl förklaras på andra sätt. Vid hög jonhalt blir t. ex. antalet vattenmolekyler på varje jon så litet, att jonerna ej kunna skaffa sig lika stora vattenhöljen som i utspädd lösning. Jonerna »torkas ut», och de »torra» jonerna få delvis andra egenskaper än de »fuktiga». *L. G. Sillén.*

M. Haïssinsky, *Electrochimie des substances radioactives et des solutions extrêmement diluées.* Actualités scientifiques et industrielles Nr. 1009, Hermann & Cie, Paris 1946, 67 s., 125 fr.

Att bestämma de radioaktiva elementens elektrokemiska egenskaper är en utomordentligt svår uppgift. De förekomma i regel i ytterligt små mängder, och deras lösningar äro som följd därav ofantligt utspädda. Vidare äro de ju nästan alltid blandade med mycket stora mängder av de stabila isotoperna. Ovanstående arbete, som meddelar resultaten av forskningarna inom detta svåra men praktiskt och teoretiskt viktiga område, är därför av stort intresse.

Efter en redogörelse för de tekniska hjälpmedlen och de teoretiska förutsättningarna, särskilt då Nernst's formel, modifierad för detta gränsfall, ges en översikt över vad man känner om de naturliga radioaktiva grundämnenas elektrokemi fr. o. m. atomnummer 81 t. o. m. atomnummer 92. Det gäller då framför allt de elektromotoriska egenskaperna, varpå elementens framställning, separering och allmänt kemiska egenskaper bero. Även de syntetiserade radioelementen uppmärksammas i korthet. Några omfattande eller fullständiga siffermässiga resultat får man givetvis inte vänta sig, men arbetet är inte desto mindre synnerligen läsvärt i en tid, då den kärnfysikaliska sidan av radioaktiviteten så nästan helt lägger beslag på intresset. *G. Starck.*

M. J. Duclaux, *Physique colloïdale et biologie.* — Actualités scientifiques et industrielles, Nr. 928, Paris 1942, 44 sid., 30 fr.

M. J. Duclaux, *Chimie colloïdale et biologie.* — Actualités scientifiques et industrielles, Nr. 929, Paris 1942, 43 sid., 30 fr.

Levande varelser äro ju till mycket stor del bildade av olika komplex av kolloider, vars verksamhet i betydande utsträckning

består i nedbrytande, omarbetande och uppbyggande av sådana ämnen. Det förstnämnda arbetet ger en kort översikt ur fysikalisk synvinkel över kolloiderna i de levande organismerna och är ett parallellarbete till det senare.

Sålunda behandlas mekaniska egenskaper — hos t. ex. olika slag av vävnadsfibrer —, smidighet, polymorfi, porositet och därmed sammanhängande frågor om permeabilitet m. m. Ett längre kapitel ägnas åt olika ytreaktioner samt teorierna därför. Slutligen diskuteras ur kolloidfysikalisk synpunkt vattenbindningen hos de levande organismerna.

Det senare arbetet belyser i all korthet en del problemställningar av kolloidkemisk natur inom biologin liksom de svårigheter biokemisterna ha att brottas med, då det gäller att lösa dessa problem. Som typiskt kolloidkemiska processer anföras koagulering, sårläkning, ben- och slembildning. I samband härmed diskuteras karaktären och uppkomstsättet av olika makromolekyler, bindning av kolloider etc. Slutligen ges några synpunkter på cellprotoplasmat från kolloidkemisk synvinkel. *Tore Levring.*

Marcel Prettre, *Réactions en chaines* (III, Réactions de synthèse de composés halogénés, réactions de dissociation). Actualités scientifiques, Nr. 774. Hermann & Cie, Paris 1939, 67 s., 50 fr.

Studiet av kedjereaktionernas kinetik är en betydelsefull och såväl praktiskt som teoretiskt viktig del av den kemiska forskningen. Av det rika material som redan samlats på detta område upptages i ovannämnda arbete endast en liten, men fundamental del, nämligen bildning och sönderfall av de enkla halogenföreningarna på fotokemisk och i vissa fall även på termisk väg. Ävenså behandlas halogenernas roll i vissa fall såsom sensibilisatorer vid kemiska reaktioner. Arbetets värde ökas av en utförlig bibliografi, upptagande ett 160-tal arbeten, bland dem givetvis ett stort antal av »Altmeister» Max Bodensteins hand. *G. Starck.*

William Cecil Dampier, *A Shorter History of Science.* Cambridge Univ. Press 1944. Pp. 189, 7 s. 6 d.

F. Sherwood Taylor, *Science Past and Present.* W. Heinemann Ltd, London 1945. Pp. 275, 10 s. 6 d.

Här föreligga två framställningar av naturvetenskapens historia, skrivna på olika sätt. Dampier har tidigare utgivit ett större verk, som här återkommer i stark förkortning, »a straightforward story of the growth of science reduced to its simplest terms». Men det är väl berättat, och berättelsen framskrider lugnt och sakligt som i ett klassiskt epos.

Taylor låter gärna även de gamla forskarna och banbrytarna själva tala. Man får del av deras egna synpunkter, deras egna rapporter, det är en levande ande över framställningen. Boken är väl illustrerad med 22 sidor planschbilder och 42 andra figurer.

Man skulle kunna på Ostwalds vis hänföra Dampier till typen *klassikern* och Taylor till typen *romantikern* inom vetenskapen. Sedan må det vara läsarens smaksak vilken typ han föredrager.

J. Tandberg.

Bonniers Konversationslexikon, band XII, Stockholm 1946, hfrb., kr. 27:50.

Bandet omfattar *Senta—Sudhoff* och upptager 1576 spalter. Det är illustrerat med 582 textbilder och 23 bilagor. Bland de naturvetenskapliga artiklar, som äro av intresse, må nämnas: *Serier, Siegbahn, Silver, Slirmetoden, Smörsyra, Snö, Socker, Soda, Solen, Specifikt värme, Spegel, Spegelteleskop, Spektralanalys, Spektralapparater, Spektrum* (med välgjord färgplansch), *Sprit, Sprängämnen* (även atomsprängämnen refereras), *Statistik, Strontium, Strålning, Strömning, Stål, Stötgenerator.*

Särskilt artiklarna rörande spektrum, spektralapparater och strålning äro mycket välskrivna. — De fel i tidigare band, som på sin tid påpekats i Elementa, ha tyvärr ännu icke beaktats.

J. Tandberg.

Recensenter i detta häfte: fil. kand. G. Blom, Stockholm; laborator S. von Friesen, Lund; lektor B. Grundström, Djursholm; statsmeteorolog H. Henrikson, Stockholm; fil. lic. S. Hilding, Stockholm; professor G. Hägg, Uppsala; t. f. laborator T. Jönsson, Göteborg; docent T. Levring, Göteborg; lektor V. H. Sanner, Norrköping; laborator L. G. Sillén, Stockholm; lektor G. Starck, Stockholm; lektor G. Stenvinkel, Stockholm; professor J. Tandberg, Stockholm; framlidne lektor A. Uhler, Stockholm.

Gradualavhandlingar.[1]

O. Harald Johnsson, *Termisk-hydrologiska studier i sjön Klämmingen.* Meddelande från Geografiska Institutet vid Stockholms Högskola nr 70. 154 sidor. Disp. vid Stockholms Högskola den 22 febr. 1947. Opponenter: prof. Bo Hellström och fil. kand. Gösta Liljequist.

Insjöarna studeras ur biologisk synpunkt i limnologien och ur fysikalisk synpunkt i hydrologien. Här refererade avhandling hör

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

helt till den sistnämnda vetenskapsgrenen. Uppgiften var att detaljerat under flera år följa temperaturgången i en mellansvensk insjö och undersöka dess samband med de meteorologiska faktorerna. Som forskningsobjekt utvaldes sjön Klämmingen, belägen i Södermanland mellan Gnesta och Mariefred. Den har en yta av 11 km² och är maximalt 35 m djup.

I de tre första kapitlen beskrives temperaturgången i sjöns tre fjärdar på grundval av under åren 1941—44 var fjortonde dag företagna temperaturlodningar och undersökes sambandet med de meteorologiska faktorerna. I fjärde kapitlet analyseras på samma sätt under samma år företagna dagliga yttemperaturobservationer. Femte kapitlet ägnas åt den dagliga temperaturvariationen.

Sjätte kapitlet behandlar vattnets rörelser under vindens inverkan. Enligt en av Wedderburn och Sandström framställd teori skulle i en sjö med temperatursprångskikt vid konstant vind två slutna vertikala cirkulationer uppstå, den ena bestående av vattnet ovanför språngskiktet, den andra av vattnet därunder. Den senare cirkulationen skulle drivas av den förra med hjälp av vattnets inre friktion. Av observationerna i Klämmingen föreföll det osannolikt, att den undre cirkulationen existerade. Vid modellförsök på Tekniska högskolans vattenbyggnadslaboratorium visade det sig, att på grund av skiktningens stora stabilitet i språngskiktet den turbulenta friktionen blir så liten i detta skikt, att någon rörelseenergi icke överföres från vattnet ovanför språngskiktet till de undre vattenlagren. De rörelser, som iakttagas under språngskiktet i sjöarna, uppkomma på annat sätt. De äro anpassningsrörelser till vindens dagliga variation och orsakas helt av horisontella tryckgradienter, uppkomna genom ytvattnets vinddrift. Vid modellförsöken kunde även sådana rörelser framkallas. — I samma kapitel beräknas friktionen mellan luften och sjöytan med hjälp av vattenförskjutningen, som vinden åstadkommer.

I sjunde kapitlet behandlas värmets inträngande i sjön ur fysikalisk synpunkt. I en tabell givas utbyteskoefficienterna för den turbulenta konvektionen i sjöns undre delar.

I åttonde kapitlet återges observationer rörande förändringar i värme- och fuktighetsinnehållet i luften vid passagen över sjön och deduceras approximativa formler för det konvektiva värmeutbytet och avdunstningen. Med hjälp härav uppställes i nionde kapitlet en värmebudget för Klämmingens fjärdar för den isfria delen av året. Under denna årstid mottog sjön per år i genomsnitt för 1941—43 från sol och himmel 71 000 cal/cm². Härav reflekterades 5000, utstrålades 30 000, förbrukades till avdunstningen 28 000 och förlorades genom konvektion till luften 6000 cal/cm²; resten bort-

gick genom avloppet eller magasinerades i bottnen till vintern. Den för vattenhushållningen i insjöarna betydelsefulla avdunstningen är icke nöjaktigt känd. Enligt såväl avdunstningsformeln som värmebudgeten blev avdunstningen under årets isfria tid 470 mm i Klämmingens båda djupa fjärdar och 485 mm i den grunda. Slutligen ha värmebudgeter beräknats för dagar av skilda väderlekstyper i olika månader, varigenom de fysikaliska orsakerna till de i fjärde kapitlet statistiskt påvisade sambanden mellan de meteorologiska faktorerna och ytvattentemperaturen kunnat kvantitativt bestämmas.

Torsten Setterberg, *A Spectrophotometric Investigation of Molecular Bands of CN and CH in Stars of Late Spectral Types.* Stockholms Observatoriums Annaler, Band 15, nr. 1, 1947. Disp. vid Stockholms Högskola den 15 februari 1947. Opponenter: professor Bertil Lindblad och fil. lic. Tord Elvius.

Den spektroskopiska metoden att genom intensitetsmätningar av enskilda absorptionslinjer i stjärnspektra av stor dispersion bestämma en stjärnas absoluta ljusstyrka och därmed dess avstånd infördes av Kohlschütter. Metoden utvecklades av Adams och hans medarbetare på Mt. Wilson-observatoriet och resulterade i en katalog över spektroskopiska magnituder och parallaxer för ett stort antal apparent ljusstarka stjärnor. För apparent mycket ljussvaga stjärnor, vilka endast kunna ge korta spektra, ha på senare tid metoder utarbetats, vilka även i detta fall tillåta bestämning av absoluta ljusstyrkan. För exempelvis de sena spektraltyperna, från soltypen (GO) mot lägre temperaturer, har Lindblad visat, att den allmänna intensiteten hos de violetta CN-banden erbjuder ett effektivt kriterium på den absoluta ljusstyrkan. Detta trots att de mätta effekterna i dessa korta spektra givetvis äro influerade av andra linjer. I dylika spektra mätes även det av CH-band uppbyggda Fraunhoferska G-bandet, som har inflytande på spektralklassificeringen.

I ifrågavarande avhandling redogöres för en spektrofotometrisk undersökning av absorptionsgraden av nämnda molekylband i relativt rent tillstånd i stjärnspektra av sena typer. Författaren har medelst Stockholms Observatoriums stora spegelteleskop, i Cassegrain-ställning förenat med en spaltspektrograf av stor upplösningsförmåga, fotograferat violetta delen av spektrum av 71 stjärnor i relativt stor dispersion (ca 22 Å per mm). Observationsmaterialet omfattar såväl absolut ljusstarka stjärnor, s. k. jättar, som ljussvaga, dvärgar, av samtliga spektraltyper mellan GO och MO. De använda exponeringstiderna variera mellan 6 timmar och $^1/_2$ minut.

Samtliga spektra ha registrerats medelst observatoriets självregistrerande fotoelektriska mikrofotometer. Registrogrammen, vilka ge en kvalitativ bild av intensitetsfördelningen i spektrum, kunna standardiseras medelst speciella metoder. Härvid erhållas s. k. svärtningskurvor, vilka ge ett samband mellan de på registrogrammen uppmätta, grafiskt återgivna svärtningarna på plåten och intensiteterna av motsvarande punkter i spektrum. Dessa intensiteter äro uttryckta i magnituder (storleksklasser), räknade från en godtycklig nollpunkt. Som mått på absorptionsgraden har i de olika fallen resp. linjers minimi-intensiteter bestämts i förhållande till intensiteten av närbelägna kontinuerliga spektrum.

De CN-absorptioner, som av förf. undersökts äro bandhuvudena vid λ 4216 Å och λ 4197 Å samt linjer i det förra bandet vid λ 4214 Å. Vid λ 4216 Å förekommer även en stark Sr^+-linje medan bandhuvudet vid λ 4197 Å är influerat av en Fe-linje. Vid λ 4214 Å är CN praktiskt taget rent. Den statistiska undersökningen av dessa tre CN-ekvivalenters beroende av resp. stjärnors spektraltyp och absoluta ljusstyrka visar i första hand en markerad skillnad mellan jättar och dvärgar av varje särskild spektraltyp, i det att CN-absorptionen är starkast hos jättarna. Hos dessa föreligger ett föga utpräglat maximum vid spektraltypen KO-K2, medan dvärgarna uppvisa ett väl markerat maximum vid KO. En särskild undersökning har utförts för att utröna sambandet mellan CN-absorptionen, reducerad för spektraltyp, och absoluta ljusstyrkan. Det kan konstateras en stark korrelation mellan dessa kvantiteter för absolut ljusstarka stjärnor. I stort sett visar den rena CN-absorptionen en variation med spektraltyp och absolut ljusstyrka, som är analog med den förut med mindre dispersion erhållna, ehuru de rena effekterna ha betydligt större amplitud.

Beträffande CH-absorptionen har denna kunnat studeras tämligen ren i området kring λ 4310 Å. Den visar, i motsats mot CN-absorptionen, obetydligt beroende av den absoluta ljusstyrkan men varierar rätt starkt med spektraltypen och sålunda med yttemperaturen.

För jämförelses skull har dessutom studerats absorptionsgraden för en del atomära linjer, såväl neutrala som joniserade.

Förf. gör även en jämförelse mellan de erhållna resultaten och de slutsatser, som kunna dragas ur jämviktsteorien för stjärnatmosfärer. Med utgångspunkt från olika varianter av denna teori ha flera författare beräknat antalet molekyler av CN, CH samt även antalet absorberande atomer av vissa slag i stjärnornas atmosfärer. Jämförelsen visar särskilt i fallet CN, att teorien angående molekylfrekvensen väl motsvarar de observerade resultaten.

Problemavdelning.[1]

Matematiska uppgifter.

1517) *Sidan i en liksidig triangel är a. Beräkna sidan i den triangel som begränsas av a) de gemensamma yttre tangenterna till de vidskrivna cirklarna, b) de gemensamma kordorna till dessa cirklar och den omskrivna cirkeln. Kanten i en regelbunden tetraeder är a. Beräkna kanten till den tetraeder som begränsas av c) de yttre tangentplanen till de vidskrivna sfärerna, d) planen för sektionerna mellan dessa sfärer och den omskrivna sfären.*

N. J.

1518) *I triangeln ABC tangerar den inskrivna cirkeln resp. sidor i* A_1, B_1, C_1. *Visa, att* $\overline{AA_1}^2$, $\overline{BB_1}^2$, $\overline{CC_1}^2$ *bilda en aritmetisk serie, om* h_a, h_b, h_c *göra det och vice versa.* *X.*

1519) *Visa, att om A, B och C äro vinklar i en triangel, så gäller:*

$$\frac{1}{1+\sin\frac{A}{2}}+\frac{1}{1+\sin\frac{B}{2}}+\frac{1}{1+\sin\frac{C}{2}}\geqq 2.$$

B. Svenonius.

Enklare matematiska uppgifter.[2]

1520) Lös ekvationen $(\operatorname{tg} x+\cot x)^3=\operatorname{tg} 3x+\cot 3x$.

Svar: $\pm 28{,}58^\circ + n\cdot 90^\circ$.

1521) I en regelbunden månghörning är sidan s, de kortaste diagonalerna d_1 och d_2. Bestäm antalet sidor, om $\frac{1}{s}=\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}$.

Svar: 7.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. Bågman, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Högre allm. läroverket å Östermalm, Stockholm.

[2] Uppg. 1520—1521 äro insända av *S. B.*, 1522 av *N. J.*, 1523 av *Less*, 1524—1528 av *P.-G. Ljungfors*, 1529—1530 av *B. Svenonius*, 1531 av *T. Edqvist.*

1522) I triangeln ABC är E en punkt på BC. Uttryck AB, AC och AE i R, h_a och de kring deltrianglarna ABE och ACE omskrivna cirklarnas radier R_1 och R_2.

Svar: $AB = \sqrt{\frac{2RR_1h_a}{R_2}}$, $AC = \sqrt{\frac{2RR_2h_a}{R_1}}$, $AE = \sqrt{\frac{2R_1R_2h_a}{R}}$.

1523) I triangeln ABC, där $AB = AC$ och $h_a = a$, ligger A i punkten $(-3; 3)$ samt höjdernas skärningspunkt i origo. Bestäm sidornas ekvationer.

Svar: $x + 3y - 6 = 0$, $x - y - 6 = 0$, $3x + y + 6 = 0$.

1524) På en rätvinklig triangels sidor uppritas utåt eller inåt likformiga och likställda figurer. Deras tyngdpunkter äro hörn i en ny triangel. Visa, att dess tyngdpunkt sammanfaller med den rätvinkliga triangelns.

1525) En triangel har sina hörn i punkterna $(0; 0)$, $(3; 0)$, $(0; 4)$. Bestäm ekvationen för den cirkel, som går genom de vidskrivna cirklarnas medelpunkter.

Svar: $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 25$.

1526) Från en punkt P på linjen $x + y = 2$ dragas tangenterna till cirkeln $x^2 + y^2 = 1$. Sök orten för tangentkordans mittpunkt, då P beskriver linjen.

Svar: $2x^2 + 2y^2 - x - y = 0$.

1527) Sök ekvationerna för de gemensamma tangenterna till kurvorna $y = x^3$ och $y = 2 + (x-2)^3$.

Svar: $9x - 9y \pm 2\sqrt{3} = 0$, $3x - y - 2 = 0$, $3x - 4y + 1 = 0$.

1528) Bestäm konstanterna a och b så, att kurvorna $y = ax^3 + bx$ och $y = bx^3 + ax$ skära varandra under rät vinkel i alla skärningspunkterna.

Svar: $a = \pm\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$, $b = \pm\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ med villkoret $ab = -1$.

1529) Från en punkt P på positiva x-axeln drages till kurvan $y = x^2$ tangenten PT (ej sammanfallande med x-axeln) och normalen PN. Bestäm P så, att vinkeln TPN blir så liten som möjligt.

Svar: $(\frac{3}{4}; 0)$.

1530) I en cirkel med radien r drages en korda, och med denna som diameter ritas en cirkel. Hur skall kordan dragas, för att denna cirkel med sin yttersta punkt skall nå så långt som möjligt från den givna cirkelns centrum?

Svar: $r\sqrt{2}$.

1531) En kropp F rör sig med hastigheten $1{,}25\,v$ i en cirkel med medelpunkten O, där A och B äro två diametralt motsatta punkter. I tätt liggande punkter på cirkeln utsänder F, som rör sig från A mot B, en kort signal, som fortplantar sig rätlinigt åt alla håll med hastigheten v. Signalernas ankomsttider registreras i B. En av dessa signaler inträffar i B senare än de övriga. I vilken punkt befann sig F, då denna signal utsändes?

Svar: Vinkeln $BOP = 73{,}7°$.

Lösn. till uppg. 1484—1486.

1484) *Termerna t_1, t_2, t_3... sägas bilda en harmonisk serie, om deras inverterade värden bilda en aritmetisk serie. Visa, att om en av serierna 1) a^2, b^2, c^2; 2) $a(b+c)$, $b(c+a)$, $c(a+b)$; 3) $a^2(b+c)$, $b^2(c+a)$, $c^2(a+b)$ är harmonisk, detsamma gäller om de båda återstående.* *X.*

Om a_1, a_2, a_3 är en aritmetisk serie, finner man omedelbart, att detsamma gäller om serien $ka_1 + l$, $ka_2 + l$, $ka_3 + l$. ... Sättes nu $a_n = \frac{1}{t_n}$; $k = \frac{s}{q}$, $l = \frac{r}{q}$, finner man, att om serien t_1, t_2, t_3... är harmonisk, detsamma är fallet med serien $\frac{qt_1}{rt_1+s}, \frac{qt_2}{rt_2+s}, \frac{qt_3}{rt_3+s}, \ldots$ Ur den av de angivna serierna, som antages vara harmonisk, härleder man på detta sätt successivt de båda övriga. Man får (2) ur (1), om man väljer $q=(b+c)(c+a)(a+b)$, $r=a+b+c$, $s=abc$, (3) ur (2) för $q=abc$, $r=-1$, $s=bc+ca+ab$ samt (1) ur (3) för $q=bc+ca+ab$, $r=-1$, $s=(b+c)(c+a)(a+b)$. *B-r.*

Även löst av *Alvar Stenberg, Arne Pleijel, E. Smn, J. A. Sandelin.*

1485) *I triangeln ABC tangera de vidskrivna cirklarna resp. sidor i A_1, B_1, C_1. Om deras ytor äro i aritmetisk serie, gäller detsamma om de cirklar, som ha radierna AA_1, BB_1, CC_1.* *X.*

Om de vidskrivna cirklarnas ytor bilda aritmetisk serie, bilda $(p-a)^2$, $(p-b)^2$, $(p-c)^2$ harmonisk serie. Enligt uppg. 1484 gäller då detsamma om $(p-a)(p-b+p-c) = a(p-a)$, $b(p-b)$, $c(p-c)$. Vidare är $p^2 - \overline{AA_1}^2 = p^2 - c^2 - (p-c)^2 + 2c(p-c)\cos B = 2c(p-c)$ $(1+\cos B) = 2c(p-c)\left(1 + \frac{(a^2+c^2-b^2)}{2ac}\right) = \frac{4p(p-b)(p-c)}{a} = \frac{4T^2}{a(p-a)}$ osv. Dessa storheter bilda således aritmetisk serie, och detsamma är då fallet med ytorna av de cirklar, som ha radierna AA_1, BB_1, CC_1. *B-r.*

Även löst av *Cs., Arne Pleijel, J. A. Sandelin, E. Smn.*

1486) *Om en fyrhörning med diagonalerna e och f är inskriven i en cirkel med diametern D och omskriven kring en cirkel med diametern d, så är* $e^2f^2 = d^2(ef + D^2)$. *N. J.*

Om två närliggande vinklar i fyrhörningen äro 2α och 2β, ger Ptolemeiska satsen: $ef = \left(\frac{d}{2}\operatorname{tg}\alpha + \frac{d}{2}\operatorname{tg}\beta\right)\left(\frac{d}{2}\cot\alpha + \frac{d}{2}\cot\beta\right) +$ $+ \left(\frac{d}{2}\operatorname{tg}\alpha + \frac{d}{2}\cot\beta\right)\left(\frac{d}{2}\cot\alpha + \frac{d}{2}\operatorname{tg}\beta\right) = d^2 + \frac{d^2}{\sin 2\alpha \cdot \sin\beta}$. Insättes här $\sin 2\alpha = \frac{e}{D}$ och $\sin 2\beta = \frac{f}{D}$, fås $e^2f^2 = d^2(ef + D^2)$.

B-r.

Även löst av *Cs., Arne Pleijel, J. A. Sandelin, Alvar Stenberg, E. Smn.*

Studentexamen och fyllnadsprövning efter studentexamen.

Mars—april 1947.

Matematiska uppgifter för latinlinjen.

1. Lös ekvationen

$$\frac{x+1}{x^2+x-2} = \frac{x-1}{x^2+3x+2} + \frac{1{,}5}{x+2}.$$

2. Vid början av vart och ett av 10 på varandra följande år placerar en person 1 000 kr mot 4 % årlig ränta, vilken vid slutet av varje år lägges till kapitalet. Det på detta sätt samlade kapitalet ämnar han förbruka genom att vid början av vart och ett av de därpå följande 10 åren uttaga ett visst belopp. Hur stort blir detta?

3. På sidan AB i den liksidiga triangeln ABC väljes punkten P så, att AP blir dubbelt så stor som BP. Från P drages en rät linje till en punkt Q på AC, så att linjen PQ delar triangeln ABC mitt itu. Sök längden av PQ, då den liksidiga triangelns sida är a cm.

4. Två obegränsade räta linjer, a och b, skära varandra under rät vinkel i O. På a väljes en punkt A_1 och på b en punkt B_1, så att OA_1 blir dubbelt så stor som OB_1. Normalen i B_1 mot A_1B_1 skär a i A_2, normalen i A_2 mot B_1A_2 skär b i B_2, normalen i B_2 mot A_2B_2 skär a i A_3. På detta sätt konstrueras vidare punkterna $B_3, A_4, B_4, \ldots$ i oändlighet. Bestäm längden av den brutna linjen $A_1B_1A_2B_2A_3B_3A_4B_4 \ldots$, uttryckt i sträckan A_1B_1.
5. Ett flygplan P, som befinner sig över havet, iakttages i samma väderstreck från två observationspunkter på fastlandet, A och B, i det ögonblick, då det passerar vertikalplanet genom A och B. Punkten A ligger vid stranden i nivå med havsytan, punkten B 600 m över havsytan. Från A synas P och B under elevationsvinklarna 54,1° respektive 21,1°. Vinkeln mellan syftlinjerna BP och BA är 43,9°. Beräkna flygplanets höjd över havsytan.
6. AB är basen i en likbent triangel ABC och AD diameter i den kring triangeln omskrivna cirkeln. Ytorna av trianglarna ABC och ACD förhålla sig som 4 : 3. Beräkna vinklarna i triangeln ABC.
7. Kurvan $y = x^2 + ax - 2$ skär y-axeln i en punkt A och x-axeln i punkterna B och C, av vilka B ligger till vänster om C. Bestäm konstanten a så, att avståndet AB blir 8 längdenheter, och beräkna för detta a-värde ytan av triangeln ABC.
8. Till en cirkel dragas två mot varandra vinkelräta tangenter TA och TB med tangeringspunkterna A och B. Genom T drages en sekant, som skär cirkeln i punkterna C och D och bildar 15° vinkel med TB. Beräkna vinklarna i den i cirkeln inskrivna fyrsidingen $ACBD$.

Resultat: **1.** $x_1 = 3$; $x_2 = -\frac{1}{3}$. **2.** 1 480 kr. **3.** $\frac{a\sqrt{73}}{12}$ cm. **4.** $2 \cdot A_1B_1$. **5.** 1 800 m. **6.** $A = B = 54{,}73°$; $C = 70{,}53°$. Sätt $CD = 3$, höjden från $B = 4$ och drag diametern CF; då är $\sin \angle BFD = {}^1/_3$, osv. **7.** $a = \frac{29\sqrt{15}}{15}$; ytan $= \frac{31\sqrt{15}}{15}$ ytenheter. **8.** $A = D = 45°$, $B = C = 135°$. Om M är CD:s mittpunkt, r cirkelns radie och O medelpunkten, är $\angle OTM = 30°$, dvs. $OM = \frac{1}{2} \cdot OT = \frac{1}{2} r \cdot \sqrt{2}$, varav $\angle MOD = 45°$ och $A = 45°$.

Matematiska uppgifter för reallinjen.

Allmän kurs.

1. I en triangel äro mittpunkterna på två sidor belägna i punkterna (1,5; 0) respektive (3,5; 1). Medianerna skära varandra i punkten (2; 1). Bestäm ekvationerna för triangelns sidor.

2. Den aritmetiska serien 1, 3, 5, 7, 9, ... innehåller som delserie den geometriska serien 1, 3, 9 ... Hur många termer i den aritmetiska serien måste minst medtagas, för att summan av den geometriska serien skall överstiga 1 000, och hur stor är då den aritmetiska seriens summa?
3. En sfär är omskriven kring en rätvinklig parallellepiped, vars basyta är en kvadrat med sidan 15 cm och vars höjd är 7 cm. Kan man i samma sfär inskriva någon annan rätvinklig parallellepiped med kvadratisk basyta och med samma volym som den givna? Bestäm i så fall dess kanter.
4. Lös ekvationen $\sin 3x + 2\sin^2 x - \cos x = 1$.
5. Kurvorna $y = ax^2 - bx$ och $y = ax - bx^2$ skära varandra i två punkter under räta vinklar. Bestäm konstanterna a och b. Upprita kurvorna för dessa värden på a och b, och beräkna ytan av den fyrsiding, som inneslutes mellan tangenterna i kurvornas skärningspunkter.
6. I ett sfäriskt segment är höjden 6 cm och den sfäriska ytans radie 7 cm. I detta segment inskrives ett annat sfäriskt segment, så att dess sfäriska yta tangerar det första segmentets plana yta i mittpunkten och dess plana begränsningsytas omkrets ligger på det första segmentets sfäriska yta. Sök den största volym, som det inskrivna segmentet kan anta.
7. I en konvergent oändlig geometrisk serie med reella termer är första termen a och kvoten k. Man vill lösa uppgiften att med ett givet värde på a bestämma ett sådant värde på k, att seriens summa blir lika med kvadraten på k, och konstruerar fördenskull den kurva, som svarar mot det erhållna sambandet mellan a och k. Undersök, för vilka värden på a den nyss nämnda uppgiften är möjlig, och ange särskilt, för vilka av dessa värden uppgiften har en eller flera lösningar.
8. I en triangel äro två vinklar 45° och 60° och den omskrivna cirkelns radie R. Bestäm vinklarna och, uttryckta i R, sidorna i den triangel, vars hörn utgöra höjdernas fotpunkter i den givna triangeln.

Resultat: **1.** $x - 2y + 3 = 0$; $2x + 5y - 3 = 0$; $4x + y - 15 = 0$. **2.** 365 termer, summan $= 133\,225$. **3.** Kanterna 18 cm och $\sqrt{87{,}5} = \sqrt{87{,}5} = 9{,}354$ cm. **4.** $45° + n \cdot 180°$; $60° + n \cdot 120°$; $90° + n \cdot 360°$. **5.** $a = b = \pm 1$; 0,5 ytenheter. **6.** $\frac{176\pi}{3} = 184{,}3$ cm^3. **7.** *Ingen* lösning för $a \geqq 2$ och $a \leqq 0$; *en* lösning för $\frac{4}{27} < a < 2$; *tre* lösningar för $0 < a \leqq \frac{4}{27}$, varav två sammanfallande för $a = \frac{4}{27}$. **8.** I det allmänna

fallet bli fotpunktstriangelns sidor $a\cos A$, $b\cos B$, $c\cos C$ eller $R\sin 2A$, $R\sin 2B$, $R\sin 2C$ och vinklar $180°-2A$, $180°-2B$, $180°-2C$; i föreliggande fall: $\frac{R}{2}$, $\frac{R\sqrt{3}}{2}$, R och 30°, 60°, 90°.

Matematiska uppgifter för reallinjen.

Specialkurs.

1. I en ellips dragas en godtycklig diameter och dennas konjugatdiameter. Från brännpunkterna fällas normalerna mot den förstnämnda diametern. Visa, att skärningspunkterna mellan dessa normaler och den dragna konjugatdiametern alltid ligga på var sin bestämda räta linje, och ange dessa linjers ekvationer.
2. Undersök kurvan $y=\frac{x^3+5x^2-4}{x^2}$ med avseende på asymptoter, maxima, minima och inflexionspunkter, och konstruera kurvan.
3. Ett halvklot med radien R ligger med sin plana yta på ett bord och skäres av ett plan, parallellt med bordsskivan, så att en klotskiva erhålles. På skivans övre plana yta placeras en regelbunden tetraeder $ABCD$ av sådan storlek, att hörnen i basytan ABC komma att ligga på periferien. Undersök, hur avståndet från tetraederspetsen D till bordsskivan varierar med klotskivans tjocklek, och ange särskilt detta avstånds största och minsta värde.
4. Upprita kurvan $3y=x^3-12x$ i dess huvuddrag. Genom punkten $A(-3;\ 3)$ på kurvan drages en rät linje, som skär kurvan i ytterligare två punkter, B och C. Sök orten för mittpunkten på kordan BC, när linjen vrider sig kring A.
5. En hyperbels vertices äro A och B; M är en godtycklig punkt på hyperbeln. Genom A dragas två räta linjer, som äro parallella med var sin av asymptoterna. Dessa linjer skära linjen MB i punkterna P och Q. Visa, att $PM=MQ$.
6. I en triangel är skillnaden mellan två vinklar 30° och den omskrivna cirkelns radie R. Bestäm det största värde, som triangelns yta kan anta.
7. Genom en godtycklig punkt P på parametern till parabeln $y^2=2px$ drages den korda, som delas mitt itu i punkten. Ändpunkterna A och B av denna korda sammanbindas med parameterns ändpunkt C i första kvadranten. Ange i stora drag, hur ytan av triangeln ABC varierar, när P rör sig längs parametern. Undersök särskilt, om denna yta får något maximi- eller minimivärde.

Resultat: **1.** $x = \pm \frac{a^2}{c}$ (styrlinjerna). **2.** Asymptoter: $x = 0$, $y = x + 5$; max. i $(-2; 2)$; inga inflexionsp. **3.** Då skivans tjocklek ökar, växer D:s höjd över bordet från $R\sqrt{2}$ till $R\sqrt{3}$ (DA tangerar då klotet) och avtar sedan till R. **4.** Orten utgöres av den ovanför punkten $\left(\frac{3}{2}; -\frac{39}{8}\right)$ belägna delen av linjen $x = \frac{3}{2}$. Använd satsen om rötternas summa i en tredjegradsekv. **5.** Om M_1 är mittpunkten av BM, så är OM_1 diameter till BM även i den sönderfallande hyperbel, som bildas av asymptoterna. Förstoras figuren i skalan 2 : 1 med B som likställighetspunkt, erhålles satsen. Det räcker, om A och B äro diametralt motsatta. **6.** Om triangelns vinklar äro $\frac{x}{2} + \frac{\pi}{12}$, $\frac{x}{2} - \frac{\pi}{12}$, $\pi - x$, blir $T = 2R^2 \cdot \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{12}\right) \cdot \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin\left(\pi - x\right) = R^2\left(\cos\frac{\pi}{6} - \cos x\right) \cdot \sin x$; $T_{\max} = \frac{R^2}{32}(\sqrt{343} + \sqrt{375}) = 1{,}184\, R^2$ för $\cos x = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{35}}{8}$. **7.** När P går från fokus F till C, växer ytan från 0 till max. $= \frac{p^2}{54}\sqrt{1174 - 286\sqrt{13}}$ och avtar sedan mot 0. Går P från F till parameterns andra ändpunkt, växer ytan från 0 till max. $= \frac{p^2}{54}\sqrt{1174 + 286\sqrt{13}}$ för att sedan avtaga till 0. (Om y-koord. för P är t, blir ytan $\pm \frac{t}{p}(p - t)\sqrt{p^2 - t^2}$ osv.)

Uppgifter i fysik.

Obs. Lösningarna till uppgifterna 2 och 4—7 böra åtföljas av enkla figurer. — Erforderliga konstanter, vilka ej äro uppgivna i problemens text, hämtas ur formelsamlingen.

1. På ett laboratorium ville man undersöka, huruvida gasledningen läckte. Man stängde huvudkranen, varigenom rörledningen i laboratoriet med tillhörande gaskranar avstängdes från ytterledningen. Därefter anslöts en av gaskranarna genom en tjock slang till en tryckmätare (förkortad barometer). En annan gaskran kopplades till en vattensug, och båda kranarna öppnades. Sedan vattensugen fått arbeta en stund, stängdes den senare kranen. När man nu avläste tryckmätaren, fann man, att trycket i rörledningen nedbragts till 16 mm kvicksilver. Efter några timmar befanns trycket ha stigit till 128 mm. Lufttrycket var hela tiden 745 mm kvicksilver och rumstemperaturen konstant. Hur många liter av den omgivande luften hade läckt in i rör-

ledningen under tiden mellan avläsningarna? Rörledningens inre volym kunde uppskattas till 12,5 liter.

2. Två lika beskaffade rektangulära visitkort ställas symmetriskt på ett horisontellt underlag på sådant sätt, att deras övre kanter trycka mot varandra. Hur stor måste friktionskoefficienten mellan korten och underlaget minst vara, för att korten skola kunna bilda 60° vinkel med varandra?
3. Vid en ångcentral, som tjänstgör som reserv till ett kraftverk, har man 500 ton stenkol inneliggande. Vid förbränningen utveckla stenkolen 7 500 kcal/kg, en ångmaskin omvandlar 12 % av den vid förbränningen utvecklade värmeenergien till mekanisk energi, och sedan överför en generator 90 % av den erhållna mekaniska energien till elektrisk energi. Till hur många kWh elektrisk energi räcker kolförrådet?
4. För bestämning av värmets mekaniska ekvivalent begagnades en modifierad Joules apparatur. Arbete förvandlades till värme genom friktionen mellan en omrörare och vätskan i en kalorimeter, men medan vid Joules försök kalorimetern stod stilla och omröraren roterade, hade man nu anbragt kalorimetern, väl värmeisolerad, på den vertikalt ställda axeln till en motor och mätte det vridmoment, som behövdes för att hindra omröraren att deltaga i rotationen. Omröraren hade i detta syfte försetts med en mot axeln vinkelrät smal arm, i vars fria ända ett snöre blivit fastsatt; snöret låg över en trissa och hölls spänt medelst en lämplig vikt (P). Vid försökets utförande fick motorn rotera ett visst antal varv; rotationshastigheten och belastningen P avpassades så, att armen stod stilla och snöret var vinkelrätt mot armen. Ett räkneverk på motoraxeln angav antalet varv (n). Vid försöket var $P = 88{,}4$ g, $n = 6807$ samt avståndet mellan rotationsaxeln och snöret = 28,6 cm, och man fann, att temperaturstegringen i kalorimetern då blev 4,57°. Genom förförsök hade man funnit, att det åtgick 567 cal för att höja temperaturen hos kalorimetern med innehåll 1°. Beräkna det värde på värmeekvivalenten i erg/cal, som erhålles av försöket.
5. En starkt belyst glasskala är uppställd framför en vit skärm, parallellt med denna. Avståndet mellan dem är 1 000 mm. En tunn samlingslins placeras mellan skalan och skärmen på sådant sätt, att en skarp förstorad bild av skalan erhålles på skärmen. Avståndet mellan skalan och linsen befinnes då vara 146,5 mm. Hur långt skall linsen förflyttas, för att man i stället skall få en skarp, förminskad bild av skalan på skärmen?
6. När man använder ett mikroskop, måste inställningen göras mycket noggrant, så att ögat icke tröttas under arbetet. I ett

visst mikroskop var objektivets brännvidd 4,0 mm och okularets 25 mm. Mikroskopet kan i detta sammanhang behandlas, som om det bestode av två tunna linser på ett avstånd av 170 mm från varandra, och föremålet antages från början ligga så, att ett normalt öga icke behöver ackommodera vid observationerna. Beräkna den förskjutning av mikroskopet i förhållande till föremålet, som medför en förflyttning av slutbilden från oändligt avstånd till ögats närpunkt, vilken antages ligga 100 mm från ögat. Ögat hålles vid observationerna omedelbart intill okularet.

7. En person ville mäta ett obekant, tämligen stort motstånd och hade därvid att tillgå en voltmeter med motståndet 800 Ω samt en reostat, innehållande 1 200 Ω. Han kopplade det obekanta motståndet och reostaten i serie, anslöt dem till ett ackumulatorbatteri och borttog reostatens alla proppar. Därefter bestämde han med voltmetern batteriets polspänning, som befanns uppgå til 9,88 V. Till sist anslöt han voltmetern till reostatens klämskruvar och avläste därvid på densamma 4,16 V. Hur stort var det sökta motståndet? Batteriets och ledningstrådarnas motstånd kunna lämnas utan avseende.
8. Man ville förfärdiga en elektromagnet med en enda strömspole och hade funnit, att spolen måste innehålla 3 600 ampèrevarv, för att elektromagneten skulle få den önskade dragkraften. Utrymmet för spolen var begränsat. I ett snitt genom spolens axel fick vardera halvan av spolen icke upptaga större yta än 9 cm², och endast 60 % därav kunde utnyttjas för kopparn i ledningstråden. Medellängden av trådvarven kunde uppskattas till 14 cm. Vilken effektförbrukning kan spolen beräknas få i drift? Specifika ledningsmotståndet för ledningstråden är 0,018, när spolen är i driftvarmt tillstånd. Antalet ampèrevarv är produkten av strömstyrkan i ampère och antalet lindningsvarv.

Resultat: **1.** 1,88 l. **2.** $\frac{1}{6}\sqrt{3} = 0{,}29$. **3.** 469 000 kWh. **4.** $4{,}10 \cdot 10^7$ erg/cal. **5.** 707 mm. **6.** 0,004 mm närmare föremålet. **7.** 660 Ω. **8.** 60,5 W.

Realexamen V. T. 1947.

Provräkning.

1. Lös ekvationen

$$\frac{9}{8x+12} - \frac{7}{12x-18} - \frac{3x-29}{12x^2-27} = 0.$$

2. En järnvägsresande fann, att det tog 1 min 21 sek att passera en tunnel. Då han ville ta reda på hur lång tunneln var, slog han upp i tågtidtabellen och såg, att tågets avgångstid från närmast föregående station var kl. 8.27, att det skulle vara framme vid nästa station kl. 9.15 samt att avståndet mellan dessa stationer var 56 km. Beräkna tunnelns längd, under förutsättning att tåget gick med jämn hastighet mellan de båda stationerna.
3. En person, som ägde några 6 % obligationer, var och en å nominellt 500 kr. och med ränteterminer den 15 maj och den 15 november, skulle den 25 augusti utbetala 3 000 kr. För att anskaffa denna summa sålde han sistnämnda dag 5 av obligationerna till en kurs av 104 %. Hur mycket fattades sedan i det erforderliga beloppet?
4. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} \dfrac{y-2}{2} - 2(x-1) = 1; \\ \dfrac{4x-y+5}{4x-y+2} = \dfrac{3x+4y+2}{3x+4y-3}. \end{cases}$$

5. En större tidning utkommer varje dag med en 26-sidig A-upplaga, som tryckes i 120 000 exemplar, och en 16-sidig B-upplaga, som tryckes i 35 000 exemplar. Varje nummer av tidningen har 6 dm längd och 4,5 dm bredd, och sammanlagda tjockleken av 10 blad är 0,75 mm. Hur många ton papper förbrukas i tryckpressarna under ett dygn, om papperets specifika vikt är 0,70?
6. En möbelhandlare brukar vid bestämmande av sina försäljningspriser beräkna 40 % pålägg. Lagrings- och försäljningskostnader beräknar han till $17\frac{1}{2}$ % av varornas inköpspris. Om han vid försäljning av en möbel lämnar 6 % rabatt, hur stor blir hans vinst i procent av samtliga kostnader för möbeln?
7. I en likbent triangel är basen 26 cm och höjden mot en av de lika stora sidorna 24 cm. Beräkna triangelns yta.
8. En grövre järnskål i form av ett urholkat halvklot med yttre diametern 1 dm väger tom 180 g. Hur mycket väger skålen helt fylld med en vätska av specifika vikten 1,8? Järnets specifika vikt är 7,2. $\pi = 3{,}14$.

Resultat: **1.** $x = 0{,}5$. **2.** 1 575 m. **3.** 358,33 kr. **4.** $x = \frac{1}{3}$; $y = 1\frac{1}{3}$. **5.** 26,1 ton. **6.** 12 %. **7.** 405,6 cm². **8.** 606 g.

Uppgifter i fysik för tekniska linjen.

Obs. Lösningarna till uppgifterna nr 2, 3, 6 och 8 böra vara försedda med enkla figurer.

1. En måttstock av trä har kvadratiskt tvärsnitt 2,5 cm × 2,5 cm. Den hänger lodrätt i ett snöre, vars övre ända är fäst i en fjädervåg, och fjädervågen visar då 340 gf. Vad visar fjädervågen, om 20 cm av måttstocken får doppa ned i vatten?
2. En pojke bär en kappsäck, som väger 22 kg. En mindre pojke kommer och erbjuder sig att hjälpa till. De bära därefter en stund tillsammans och hålla i samma handtag. Den större pojkens arm bildar därvid 30° och den mindres 60° med lodlinjen. Hur stor kraft behöver den större pojken nu använda?
3. Övertrycket i en gasledning skulle mätas med en öppen vattenmanometer. I förväg visste man, att gasens övertryck inte överskred 35 mm kvicksilver. Manometerns ena skänkel A anslöts till gasledningen, och kranen öppnades försiktigt. Vattnet sjönk då långsamt i den ena skänkeln och steg i den andra, tills det slutligen ställde in sig på det sätt, som svarade mot övertrycket i ledningen. Från början stod vattnet lika högt i båda skänklarna. Hur stort måste avståndet från vattenytan i den fria skänkeln B till skänkelns övre ända minst vara, innan gasen släpptes på, för att icke något vatten skall rinna ut ur manometern vid mätningen? Kvicksilvrets specifika vikt är 13,6.
4. I en större anläggning för uppvärmning med varmvatten eldas värmepannan med brännolja. Det varma vattnet i pannan pumpas upp till värmeelementen i de olika rummen och strömmar därifrån tillbaka till värmepannan. Vid ett visst tillfälle förbrinner 25 kg brännolja per timme i eldstaden. Vattnet har temperaturen 50,0°, när det lämnar pannan, och temperaturen 43,8°, när det återkommer. Anläggningens verkningsgrad uppskattas till 85 %. Hur många liter vatten passerar under en minut genom värmepannan? 1 kg brännolja lämnar vid förbränning 10 400 kcal.
5. För att starta flygplan från mindre kryssare använde man för några år sedan en s. k. katapult. Planet placerades på en vagn, som gick på skenor. Vid startandet accelererades vagnen först 10 m/sek² under en tid av 0,2 sek. Under den därpå följande sekunden var accelerationen 30 m/sek². Omedelbart därefter fick vagnen en retardation av 80 m/sek², tills den stannade, under det att planet gav sig i väg ut i luften. Hur lång var vagnens hela bana?

6. Ett batteri består av 16 likadana ackumulatorer, kopplade i serie. En voltmeter, som är inkopplad mellan batteriets poler, visar 20,0 V. Om ett motstånd av 9,6 Ω inkopplas parallellt med voltmetern, nedgår utslaget på voltmetern till 18,0 V. Beräkna det inre motståndet i varje ackumulator. Voltmeterns motstånd är så stort, att man kan försumma den ström, som går genom densamma.
7. Från en kabelbox tillhörande likströmsnätet skall en tvåpolig ledning dragas till ett hus, beläget 150 m därifrån. Spänningsfallet i ledningen får inte överstiga 2 V, och strömstyrkan beräknas till högst 35 A. Ledningen skall bestå av två lika kopparlinor. Man har att välja mellan en sort med genomskärningsytan 70 mm² och en sort med genomskärningsytan 95 mm². Vilkendera bör man välja? Specifika ledningsmotståndet för koppar är 0,0175.
8. Vid en laboration skall klassen uppdelas i 8 grupper. Varje grupp behöver en liten elektrisk lampa, och alla 8 lamporna måste kopplas i serie. Emellertid har man inte 8 lika lampor, varför 5 grupper få lampor av en sort, som behöver 6 V och 5 A för att lysa klart, under det att de återstående grupperna få lampor av en sort, som behöver 12 V och 3 A. För att varje lampa skall få den ström, som den behöver, parallellkopplas varje 12-voltslampa med ett visst motstånd, varefter de 8 grupperna seriekopplas. Då strömmen skall tagas från en väggkontakt, som håller spänningen 124 V, måste dessutom ett förkopplingsmotstånd inkopplas i serien. Beräkna storleken av förkopplingsmotståndet och av det motstånd, varmed varje 12-voltslampa skall vara parallellkopplad.

Resultat: 1. 215 gf. 2. $11\sqrt{3} = 19$ kgf. 3. 23,8 cm. 4. 594 l/min. 5. 23,6 m. 6. $^1/_{15}$ ohm. 7. 95 mm²; spänningsfallet blir då 1,93 V. 8. Förkopplingsmotståndet = 11,6 ohm och varje parallellkopplat = 6 ohm.

Uppgifter i beskrivande maskin- och byggnadslära för tekniska linjen.

1. Några pojkar ha byggt en trampolin, varvid de använt två stycken 4,5 m långa 3″ × 8″ plankor. Plankornas ändar äro fast inspända så, att trampolinen har en fri längd av 3,5 m. Hur stor var belastningen på trampolinens ytterände vid ett hopp, då denna sjönk 20 cm vid hoppet? Elasticitetsmodulen

för plankorna är 100 000 kgf/cm². Beräkna även max. påkänningen på plankorna.

2. Ett spolierat kugghjul skall ersättas, varvid modulen måste fastställas. Detta sker på följande sätt: På halva omkretsen kan man räkna kuggarna till 27. Därefter mätes diametern över kuggtopparna och befinnes vara 280 mm. Beräkna med ledning härav kugghjulets modul.
3. Vid beräkning av axlar till elektriska motorer har man tillåtit en vridpåkänning av 300 kgf/cm². Beräkna axeldiametern för 4 hk motorer med dels 2900 r/m, dels 1450 r/m. Startmomentet är 2,9 gånger så stort som momentet vid fullast.
4. En fräsmaskin drives av en elektrisk motor, som förbrukar 3 kW. Planfräsning pågår, och fräsens diameter är 50 mm och dess varvtal 125 per minut. Beräkna skärhastigheten i meter per minut samt skärmotståndet i kgf, om full motoreffekt uttages. Motorns verkningsgrad är 85 % och fräsmaskinens 80 %.
5. Beräkna den totala verkningsgraden för ett pumpaggregat bestående av två stycken pumpar, som tillsammans uppfordrar 1000 liter vatten per min. till 120 meters höjd. Den ena pumpen ger ett tryck av 40 m vattenpelare och den andra 80 m. Verkningsgraden för den förstnämnda är 60 % och för den senare 50 %.
6. Man önskar nedbringa vikten hos en massiv, cirkulär axel och genomborrar den därvid i längdriktningen med ett hål, som är lika med halva axeldiametern. a) Hur många % nedbringas vikten? b) Hur många % försvagas axeln mot böjning?
7. En ångkraftanläggning är utrustad med en ångturbingenerator, som avger max. 50 000 kW. Under 3 timmar på dygnet går den fullbelastad, under 5 timmar med ¾ belastning, under 10 timmar med ½ belastning och under 6 timmar med ¼ belastning. Totala verkningsgraden för kraftverket är vid fullast 20 %, vid ¾ last 25 %, vid ½ last 20 % och vid ¼ last 15 %. Beräkna kolförbrukningen per dygn, om kolets effektiva värmevärde är 7500 kcal/kg (1 kWh = 860 kcal).
8. På vilket sätt tillföras bränsle och förbränningsluft till respektive bensin-, tändkule- och dieselmotorer?

Resultat: **1.** Med 1″ = 25,4 mm blir belastning och påkänning resp. 210 kgf och 187 kgf/cm²; med 1″ = 25 mm erhålles resp. 197 kgf och 184 kgf/cm². **2.** 5 mm. **3.** 17 mm resp. 22 mm. **4.** 19,6 m/min; 636 kgf. **5.** 52,9 % (53,3 % felaktigt). **6.** a) 25 %; b) 6,25 %. **7.** 373 ton.

Tidskrifter.

Svensk kemisk tidskrift, 1947: 2—3.

Ur innehållet: T. BERGKVIST, Darstellung einiger Halogenoxyverbindungen durch Reduktion entsprechender Halogenoxoverbindungen mit Aluminiumisopropylat in Isopropylalkohol; L. BETTELHEIM und K. NIHLBERG, Undersökning av tillverkningsprocessens förlopp vid framställning av resoler; K. J. KARRMAN, Some Halogen Derivates of Retene; TH. LÖVGREN, Qualitative Determination of Various Sugars in the Blood Serum; K. H. GUSTAVSSON, Några kolloid- och proteinkemiska synpunkter på garvning.

IVA, 1946: 4—6, 1947: 1.

Ur innehållet: Scientific Investigation for Industry in the United States; Natriumkarbonatets sönderfall i varma lösningar; Kolorometrisk bestämning av järn, mangan, fosfat och kiselsyra; Torvextraktion och torvvaxframställning; Synpunkter på atomenergiens fredliga användning; Nyare utveckling inom mekanik och hållfasthetslära; New Nutrition Products in Pharmaceutical Industry: Olika vägar för kemisk förädling av torv; Ett amerikanskt forskningslaboratorium; Matematikmaskiner; Konduktometrien som analytiskt hjälpmedel; Provning av vedspisar: Synpunkter på järnets korrosion i jord och skydd däremot.

Populär radio, 1947: 4—5.

Ur innehållet: »Shoran», nytt radionavigeringssystem och ny kartläggningsmetod; Motmedel mot ekoradion; Bredbandsförstärkning av mikrovågor; Om beräkning av högfrekvensdelen i en mottagare; Vågledare för mikrovågor.

Ljuskultur, 1946: 4, 1947: 1.

Ur innehållet: Några nya lysrörsanläggningar; Himmelsljusets karaktär, dess beteckningar och definitioner; Synfysiologiska synpunkter på frågan om ljusets färg; Försök med ultraviolett strålning i artificiell belysning: strålningsklimatet och dess medicinska verkningar; Ljuskällor för reproduktionsteknik och för kopierings- och mörkrumsbelysning; Arbetsbelysningens utformning, nuvarande metoder och önskemål för framtiden.

Norsk Matematisk Tidsskrift, Oslo 1947: 1.

Ur innehållet: E. GÖTLIND, Ett axiomsystem för utsagokalkylen; W. WERENSKIOLD, Tredjegradsligningen; E. S. SELMER, Noen tilnærmelsesverdier for π. Examensoppgaver; Bokmeldinger.

Fra Fysikkens Verden, Oslo, Årg. 8 (1947): 4.

Ur innehållet: J. HOLTSMARK, Olaf Devik 60 år; E. K. BROCH, P. W. Bridgman; O. STRUVE, Utviklingen av Pleione; R. KREKLING, Måling av kapasiteter ved skoleforsøk; K. A. WINGÅRDH, Ett fotoelektriskt relä; E. A. HYLLERAAS, Om polyelektroner; E. HYLLERAAS and A. ORE, Binding Energy of the Positronium Molecule; H. G. PLUMMER, A. S. Eddington 1882—1944.

Naturen, Bergen 1947: 3—4.

Ur innehållet: K. FÆGRI, Utbyggingen av vårt vitenskapelige liv. Plan eller planløshet?; H. DAHL, Thomas Alva Edison; K. FÆGRI, Eksamen artiums framtid; F. SPINNANGR, Fanaråken meteorologiske observatorium; H. SÆTREN, Det arvelighetsteoretiske grunnlag for utviklingen.

Intressanta nyheter

Ragnar Nyhlén

Förberedande kurs i geometri

för klasserna 2^5 och 1^4 i realskolan

Kr 0:75, lärarex. kr 0:40.

Uppförd på Statens läroboksnämnds förteckning

Lärobok i geometri

för realskolan

Kr 2:—, lärarex. kr 1:—.

Uppförd på Statens läroboksnämnds förteckning

Tilläggskurs i geometri

för realgymnasiets första ring

Kr 0:90, lärarex. kr 0:45.

Uppförd på Statens läroboksnämnds förteckning

Rekvirera vår katalog över läro- och läseböcker samt annan litteratur för undervisning och självstudium.

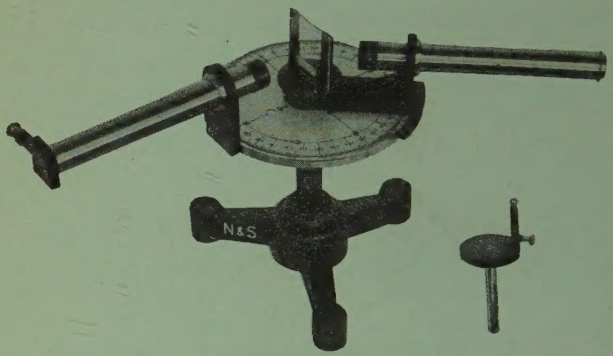
SVENSKA BOKFÖRLAGET

STOCKHOLM — POSTGIRO 3994

FYSIKALISKA APPARATER

från

NORSTEDTS VERKSTAD



SPEKTROMETER

med prisma och gitter kan åter levereras.

På grund av nu rådande varubrist anhålla vi att rekvisition av fysikmateriel för leverans vid höstterminens början insändes snarast möjligt.

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen Stockholm

Håkan Ohlssons Boktryckeri, Lund 1947.